

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

CLEVERSON ALESSANDRO THOALDO

TRANSPORTE DE SEDIMENTOS NA COSTA DO
PARANÁ

CURITIBA
2011

CLEVERSON ALESSANDRO THOALDO

TRANSPORTE DE SEDIMENTOS NA COSTA DO PARANÁ

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, Área de Concentração: Mecânica Computacional, Setores de Tecnologia e Ciências Exatas, Universidade Federal do Paraná, como parte das exigências para a obtenção do título de Mestre em Ciências.

Orientador: Prof. Dr. Maurício Felga Gobbi

CURITIBA
2011

TERMO DE APROVAÇÃO

CLEVERSON A. THOALDO

TRANSPORTE DE SEDIMENTOS NA COSTA DO PARANÁ

Dissertação aprovada como requisito parcial à obtenção de grau de Mestre em Ciências no Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia - Área de Concentração: Mecânica Computacional - Setores de Tecnologia e Ciências Exatas da Universidade Federal do Paraná, pela seguinte banca examinadora:

Prof. Maurício Felga Gobbi, Ph.D.(Orientador)

Programa de Pós Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia - PPGMNE - UFPR

Prof^ª. Ada Cristina Scudelari, D.Sc.

Universidade Federal do Rio Grande do Norte - UFRN

Prof. Rubens Robles Ortega Junior, Ph.D.

Universidade Federal do Paraná - UFPR

Curitiba, 19 de agosto de 2011.

DEDICATÓRIA

A minha família.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus, pela vida, pela saúde e pela sabedoria, depois a minha esposa Suellen pelo incentivo, pela companhia em todas as horas, por compreender a minha ausência e por muitas vezes até me auxiliar em dificuldades acadêmicas. Aos demais membros da minha família que apoiaram e incentivaram em todo esse período de estudo.

Ao professor Gobbi, pela compreensão e dedicação com que orientou este trabalho, tornando possível a realização do mesmo.

Ao Marcelo que me auxiliou por diversas vezes.

À querida e sempre disposta Maristela.

E a todas as pessoas que, direta ou indiretamente, contribuíram para a realização deste trabalho e dessa grande vitória pessoal o meu mais profundo agradecimento.

EPÍGRAFE

*A mente que se abre a uma nova idéia
jamais voltará ao seu tamanho original.*
Albert Einstein

RESUMO

Neste trabalho é apresentado um modelo para o campo de ondas e tem como objetivo principal o cálculo do transporte de sedimentos na região costeira do Paraná através de modelagem numérica. Problemas de transporte de sedimentos em praias e ambientes portuários exigem modelos matemáticos que sejam eficientes, reduzindo o empirismo adotado nos projetos e operações portuárias. O transporte de sedimentos litorâneo ocorre principalmente devido às forças causadas pela ondas e correntes existentes próximos à praia e para quantificar o fluxo de sedimentos primeiro é necessário conhecer o comportamento da onda ao longo da costa. A equação do movimento do fluido usada será baseada no modelo de ondas em declive suave (Mild-slope Equation), que inclui efeitos de refração e difração simultaneamente. O cálculo da previsão do campo de ondas que chega até à praia de Matinhos, região costeira do Paraná, é feita com a implementação computacional através do programa REF-DIF1, versão 2.5 no qual é utilizado informações conhecidas do campo de ondas cedidas pelo PIC - Programa de Informação Costeira da Universidade Federal de Santa Catarina. O modelo foi executado utilizando dados de ondas que foram coletados de meia em meia hora durante dois anos e dados de ondas que foram agrupadas usando métodos estatísticos dentro destes dois anos. Conhecido o comportamento da onda ao longo da costa usando os dois tipos de dados de ondas, é aplicado a equação de Kamphuis que calcula a taxa de transporte de sedimentos.

Palavras-chave: Transporte de Sedimentos, Propagação de Ondas, Modelagem Numérica.

ABSTRACT

This dissertation presents a model for the wave field and has as main objective the calculation of sediment transport in the coastal region of Paraná through numerical modeling. Problems of sediment transport on beaches and port environments require mathematical models that are efficient, reducing the empiricism adopted in projects and port operations. The littoral sediment transport occurs mainly due to the forces caused by waves and currents near the existing beach and to quantify the sediment flux is first necessary to know the behavior of the wave along the coast. The equation of motion of the fluid model used is based on the gentle slope of waves (Mild-Slope Equation), which includes refraction and diffraction effects simultaneously. The calculation of the expected field intensity that reaches the beach Matinhos, coastal region of Paraná, is made with the computational implementation through the program REF-DIF1, version 2.5 is used in which known information field intensity provided by the PIC - Program Information Coastal Federal University of Santa Catarina. The model was run using wave data were collected every half hour for two years and wave data were grouped by using statistical methods within these two years. Known behavior of the wave along the coast using both types of wave data, is applied to Kamphuis equation that calculates the rate of sediment transport.

Key-words: Sediment Transport, Propagation Waves, Numerical Modeling.

Sumário

1	Introdução	2
2	Equação Governante	6
2.1	Propagação de Ondas	6
2.2	Profundidade Constante	9
2.3	EDS (Equação do Declive Suave)	10
3	Aproximação Parabólica	13
3.1	Equação de Helmholtz	14
3.2	Método da Aproximação Parabólica	15
3.3	Aproximação Parabólica da EDS	16
4	Solução Numérica	20
4.1	Método de Diferenças Finitas	20
4.2	Equação Parabólica em Diferenças Finitas	22
4.3	Exemplos de Soluções Numéricas	24
5	Transporte de Sedimentos	33
5.1	Formação das Correntes	34
5.2	Correntes Longitudinais	36
5.3	Taxa de Transporte Longitudinal	40
6	Transporte de Sedimentos na Costa do Paraná	44
6.1	Caracterização da Área de Estudo	44
6.2	Clima de Ondas	48
6.3	Pontos de Análise	56
6.4	Resultados e Discussões	58

7	Conclusões e Recomendações	66
A	Arquivos indat.dat	68
B	Identidades de Green	74
C	Conceitos de mecânica dos fluidos	75

Lista de Figuras

2.1	Onda com profundidade h	8
3.1	Setores de propagação de onda para aproximação de ordem superior e inferior.	19
4.1	Malha de pontos discretos	21
4.2	Malha do esquema numérico de Crank-Nicholson	22
4.3	Pontos de medidas na grade de referência	25
4.4	Batimetria da costa	25
4.5	Altura da onda relativa a uma praia com declividade de 1:10.	26
4.6	Altura da onda relativa a uma praia com declividade de 1:10, com um ângulo de 10° de incidência.	28
4.7	Altura da onda relativa a uma praia com declividade de 1:10, com um ângulo de 10° de incidência, com 3 seções longitudinais.	28
4.8	Altura da onda relativa a uma praia com declividade de 1:10, com um ângulo de 10° de incidência, com 3 seções transversais.	29
4.9	Geometria da ilha referente ao exemplo 3 extraído de Kirby et al (2002).	30
4.10	Localização da ilha e pontos de medição referente ao exemplo 3 extraído de Kirby et al (2002).	30
4.11	Altura da onda em torno de uma ilha para o terceiro exemplo	32
5.1	Refração de ondas	34
5.2	Representação do movimento das partículas de água na superfície livre e no fundo	35
5.3	Corrente Longitudinal	36
5.4	Fluxos de Quantidade de Movimento	39
6.1	Região da praia de Matinhos	45

6.2	Localização do balneário Atami. Fonte: Lisniewski, 2009	46
6.3	Balneário de praia Brava e os espigões colocados na praia em 1983. Fonte: Lisniewski, 2009	47
6.4	Balneário de praia Brava no ano 2007. Fonte: Lisniewski, 2009	47
6.5	Localização da boiá que mede os parâmetros de onda	49
6.6	Variação da amplitude para o ano fictício 1	53
6.7	Variação da amplitude para o ano fictício 2	54
6.8	Variação do ângulo modificado para o ano fictício 1	54
6.9	Domínio da malha	56
6.10	Região dos dez pontos escolhidos para execução dos cálculos	57
6.11	Representação esquemática para o cálculo do transporte de sedimento . . .	59
6.12	Transporte de sedimentos para o ano 1	61
6.13	Transporte de sedimentos para o ano 2	61
6.14	Transporte total de sedimentos para os ano 1 e 2	62
6.15	Média do transporte de sedimentos para cada grupo das ondas separadas por grupos para o ano 1	64
6.16	Média do transporte de sedimentos para cada grupo das ondas separadas por grupos para o ano 2	64

Lista de Tabelas

4.1	Altura da onda nos pontos de referência para o primeiro caso	26
4.2	Altura da onda nos pontos de referência para o segundo caso	27
4.3	Altura da onda nos pontos de referência para o terceiro exemplo	31
6.1	Somatório dos menores erros em porcentagem (Minucci, 2010)	52
6.2	Característica de onda de cada grupo	55
6.3	Característica de onda de cada grupo	55
6.4	Característica de onda de cada grupo	55
6.5	Característica de onda de cada grupo	55
6.6	Transporte de sedimentos para o ano fictício 1 em m^3/ano	60
6.7	Transporte de sedimentos para o ano fictício 2 em m^3/ano	60
6.8	Média do transporte de sedimentos para os anos fictício 1 e 2	62
6.9	Transporte de sedimentos para dados de ondas separados por grupo	63
6.10	Transporte de sedimentos para dados de ondas separados por grupo	63
6.11	Média do transporte de sedimentos para as ondas separadas por grupos para os anos fictício 1 e 2	65

Lista de Símbolos

Maiúsculas Romanas

A - Amplitude complexa

C - Velocidade de fase

C_g - Velocidade de grupo

D - Diâmetro dos grãos

D_{50} - Diâmetro médio dos grãos

G - Estrutura vertical do escoamento

H - Altura da onda

H_b - Altura da onda no momento da quebra

H_{sb} - Altura da onda onde a quebra é significativa

I_s - Taxa de transporte de sedimento pela formula do CERC

K - Coeficiente de proporcionalidade

L	- Comprimento da onda
L_{op}	- Comprimento da onda em águas profundas
M	- Ponto discretizado na malha numérica
P	- Pressão hidrostática
P_{asb}	- fluxo médio de energia
P_0	- Pressão hidrostática na ausência da onda
P_d	- Pressão dinâmica
Q	- Operador pseudo-diferencial
Q_f	- Fluxo da quantidade de movimento
Q_s	- Taxa de transporte de sedimento
Q_k	- Taxa de transporte de sedimento pela formula de Kamphuis
S_{xx}	- Quantidade de movimento x na direção x
S_{xy}	- Quantidade de movimento x na direção y
S_{xy}^{in}	- Quantidade de movimento x na direção y após a zona de arrebentação
S_{yx}	- Quantidade de movimento y na direção x
S_{yy}	- Quantidade de movimento y na direção y

T - Período da onda

T_{op} - Período de pico da onda

U - Campo de velocidade

Minúsculas Romanas

a - Amplitude da onda

g - Aceleração gravitacional

h - Profundidade local em relação ao nível médio da água

h_{sb} - Profundidade local no momento da quebra

i - Índice de discretização na direção x

j - Índice de discretização na direção y

k - Número de onda

k_0 - Número de onda representativo de referência

k_c - Número de onda complexo

k_x - Componente do vetor número de onda na direção x

k_y - Componente do vetor número de onda na direção y

m	- Número de pontos discretos na direção x
m_b	- Relação das forças perturbadoras das ondas no momento da quebra
n	- Número de pontos discretos na direção y
t	- Tempo
u	- Velocidade do fluido na direção x
$u(x)$	- Função continua dependente de x
w	- Velocidade do fluido na direção z
x	- Coordenada cartesiana espacial
y	- Coordenada cartesiana espacial
z	- Coordenada cartesiana espacial

Maiúsculas Gregas

Δ_x	- Espaçamento entre os pontos da malha numérica na direção x
Δ_y	- Espaçamento entre os pontos da malha numérica na direção y
Φ	- Potencial de velocidade
$\hat{\Phi}$	- Potencial independente de z

Ψ - Amplitude complexa modificada

Minúsculas Gregas

α - Ângulo entre a crista da onda e a normal à praia

α_b - Ângulo entre a crista da onda e a normal à praia no momento da quebra

α_x - Variação do ângulo na direção x

χ - Coeficiente do termo não linear

η - Posição da superfície livre

γ - Índice de arrebentação

φ - Potencial de velocidade independente de t

ϕ - Potencial horizontal de velocidade

λ - Comprimento de onda

ω - Frequência angular da onda

ρ - Densidade do fluido

ξ - Potencial horizontal modificado

Outros Símbolos

$$\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right) \quad - \text{Operador gradiente tridimensional}$$

$$\nabla_H = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y} \right) \quad - \text{Operador gradiente horizontal}$$

$$\nabla^2 = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \quad - \text{Coordenadas cartesianas}$$

$$\nabla_H^2 = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \quad - \text{Coordenadas cartesianas horizontais}$$

Capítulo 1

Introdução

Regiões costeiras do mundo inteiro vêm sofrendo crescentes interferências da ação do homem que comprometem a estabilidade da linha de costa e alteram os padrões de circulação. Processos de erosão e acidentes freqüentes envolvendo derramamentos de óleo têm acontecido mundialmente, o que preocupa indústrias e governos que trabalham para reduzir os riscos desses impactos.

Em (Noernberg et al., 2008) são abordado problemas de impacto ambiental, gerados na região costeira do Paraná, e tem-se o registro de alguns dos piores acidentes envolvendo derrames de óleo no país. Mas grande parte dos impactos ambientais na costa paranaense se resume ao transporte de sedimentos, que acaba sendo uma consequência direta não só da direção de incidência do trem de ondas, como também da batimetria, alinhamento e exposição da costa (Araujo, 2001).

A praia de Matinhos, região de estudo desse trabalho, vem sofrendo problemas de erosão desde a década de 70, período que coincide com o intenso processo de urbanização e crescimento industrial da região. A interferências antrópicas tornaram essa porção do litoral bastante suscetível às elevações no nível do mar causadas por marés meteorológicas e também a influência de ondas de tempestade. Projetos foram executados devido a urbanização começando assim problemas de erosão, e na tentativa de proteger propriedades próximas à beira mar foram feitas obras de contenção como espigões e muros de gavião.

As modificações da linha da costa da praia de Matinhos foi obtida a partir de interpretações de fotografias aéreas de diversos anos (1954, 1969, 1980 e 1997) e mensuradas suas variações e constatou-se que linha de costa avançou aproximadamente 25 m em direção ao mar até 1969 e em 1980, uma retração máxima de 24 m foi observada e a costa foi então

considerada estável até 1997 (Bessa, 2003). Muitas alternativas de contenção da erosão são utilizadas pelos moradores locais numa tentativa de proteger suas propriedades. Todo o ano são colocadas rochas, solo, gramados e até muros privativos podem ser vistos em frente às casas. Para assistir as dificuldades das populações nesses locais e diminuir impactos ambientais causados nesse sistema, o estudo de transporte de sedimentos e previsão das modificação da linha da costa se faz necessário.

Na elaboração de projetos de engenharia oceânica e costeira é exigido o conhecimento das ondas nestas regiões. Problemas como transporte de sedimentos em praias ou impacto de ondas sobre estruturas costeiras exigem sempre informações sobre o campo de ondas local. Como as ondas ao se propagarem em ambientes costeiros mudam constantemente (refração, difração, reflexão) e o custo de instalações, manutenção e monitoramento de equipamentos que realizam as leituras do campo de ondas tem um preço muito elevado, a engenharia costeira tem como tarefa desenvolver modelos matemáticos de propagação de ondas que sejam eficientes.

A região costeira é definida com base no limite onde oceano, continente e atmosfera interagem. Essas zonas possuem uma grande mobilidade e são reconhecidas pela riqueza de seus ecossistemas, como manguezais, marismas, dunas e recifes de corais. Durante a propagação em direção à costa, as ondas geradas em águas profundas são influenciadas pelo fundo do mar e sofrem uma série de transformações. Os processos que ocorrem na zona de arrebentação e influenciam a linha de costa são extremamente dinâmicos, envolvendo a ação de ondas, de correntes induzidas por ondas e de movimento de sedimentos. Um dos processos mais importantes na modificação da morfologia costeira é o transporte de sedimentos longitudinal e transversal à linha de costa.

No modelo de propagação de ondas são usados os dados de ondas ao largo da costa (período, amplitude e ângulo) e a batimetria local. Todas essas informações são usadas em sistemas computacionais para gerar os padrões de ondas que vão atingir a costa. Para definir variações para a linha de costa são utilizados os modelos de transporte de sedimentos, inferindo taxas anuais e o balanço médio (entrada ou saída) de sedimentos em diferentes porções da costa.

O objetivo desse trabalho é quantificar o transporte longitudinal de sedimentos na costa do Paraná através de modelagem numérica. Isso nos permite avaliar que regiões serão mais suscetíveis à modificação da morfologia costeira e ajuda a tomar decisões

quanto ao tipo de proteção costeira mais apropriada quando necessário. Neste trabalho, para a realização dos cálculos foram usados dados do programa PIC (Programa de Informação Costeira) da Universidade Federal de Santa Catarina, que mostram maior incidência de ondas provenientes da região S/SE .

O capítulo 2 inicia-se com a apresentação de alguns conceitos fundamentais sobre a propagação de ondas e a complexidade no que se refere a resolução do problema. Após algumas hipóteses é apresentada a dedução da equação governante chamada equação do declive suave (*Mild-Slope Equation*) que foi deduzida pela primeira vez por *Berkoff* (1972), sendo esta uma equação que inclui efeitos de refração e difração simultaneamente.

A equação do declive suave (EDS) é uma equação elíptica e para ser resolvida precisa-se de condições de contorno em toda a fronteira do domínio do problema. No problema de propagação de ondas, estas condições de contorno na costa são justamente o que procura-se obter. Então transforma-se a EDS em uma equação parabólica em que o problema fica definido como sendo de valor inicial. Esse tipo de modelo foi proposto pela primeira vez por *Radder* (1979) para o caso de topografia irregular. No capítulo 3 será apresentado o método da aproximação parabólica e em seguida será deduzido um modelo parabólico aproximado em coordenadas cartesianas para a EDS.

No capítulo 4 mostra-se o método de diferenças finitas (MDF) e apresenta-se a discretização e implementação numérica da equação parabólica, usando o MDF, com alguns exemplos.

O capítulo 5 começa com uma análise sobre os fenômenos que ocorrem quando a onda aproxima-se da praia. Um destes fenômenos e principal agente que causa o transporte de sedimentos são as correntes longitudinais, onde a primeira teoria que prevê a velocidade da corrente longitudinal foi criada por Bowen e Longuet-Higgins. É feita uma dedução das tensões de radiações para que se compreenda como são formadas estas correntes. Então é mostrada a equação de *Kamphuis* (1991) que calcula o transporte de sedimentos e usa os conceitos mostrados nos capítulos anteriores: período da onda, o ângulo no momento da arrebentação da onda, a profundidade local no momento da arrebentação e tamanhos dos grãos do sedimento. Esta equação deriva da fórmula do CERC que foi desenvolvida logo após a Segunda Guerra Mundial pelo *Coastal Engineering Research Center*, que é baseada em medições de campo. A fórmula de Kamphuis, que calcula o transporte de sedimentos, é uma equação empírica e as correntes longitudinais estão embutidas na equação.

No capítulo 6 é abordada a aplicação do transporte de sedimentos na costa paranaense, começando com uma descrição da região onde será feito o estudo, e então as informações sobre o clima de ondas que chega no Paraná, junto com os resultados obtidos após a execução do modelo.

No capítulo 7 tem-se as conclusões a respeito do estudo e dos resultados encontrados para a região considerada, e as orientações para trabalhos futuros.

Capítulo 2

Equação Governante

Neste capítulo será apresentado um resumo da teoria onde o modelo de refração e difração utilizado neste trabalho é baseado.

A Equação do Declive Suave (EDS), deduzida por Berkhoff (1972), é uma equação capaz de descrever a propagação de ondas com efeitos de refração e difração simultaneamente, que despreza modos não propagantes e supõe que a topografia do fundo tem variações suaves em distâncias da ordem de um comprimento de onda. Booij (1983) mostrou que ela é eficiente em topografia com inclinações de até 1:3. Efeitos de correntes e dissipação de energia foram incluídos por Booij (1981) e Kirby (1983).

O modelo matemático mais robusto para a propagação das ondas entre os disponíveis, e que pode explicar a efeitos combinados de refração, reflexão e difração, pode ser equações tipo Boussinesq da conservação de massa e quantidade de movimento.

Este modelo não-linear das ondas raramente é colocado em prática na engenharia para acessar a condição das ondas nas regiões costeiras devido as limitações computacionais.

Por outro lado, a equação do declive suave obtidos por Berkoff (1972) tornou-se muito popular, apesar da EDS ser deduzida no contexto da teoria de onda linear. Outras deduções foram feitas por muitos autores, como Mei (1973), Massel (1989), Porter & Chamberlain (1997).

2.1 Propagação de Ondas

O movimento de uma massa de água é regido pelas equações de Navier-Stokes, sendo que a resolução analítica destas equações, em algumas circunstâncias, é impossível. No

desenvolvimento do estudo da propagação de ondas, é possível aplicar varias técnicas matemáticas. O emprego de uma teoria linearizada, bem como a obtenção da solução de equações diferenciais com condições de contorno são ferramentas extremamente úteis na resolução de problemas complexos.

A propagação das ondas sobre fundos irregulares e ao redor de ilhas envolve muitos processos: refração, difração e dissipação de energia. Este é um problema tridimensional, que envolve condições de fronteira bastante complexas: fundo de cota variável, superfície livre desconhecida, fronteiras laterais que podem incluir a linha de costa.

Utilizando-se de algumas hipóteses, simplifica-se as equações, o que permitirá a dedução de uma equação que descreve o campo de ondas. Nesta seção será apresentada uma dedução da EDS similar à *Smith e Sprinks* (1975).

Considerando que o fluido seja incompressível, invíscido e o escoamento irrotacional, então pode-se escrever o campo de velocidades \vec{U} por meio de uma função escalar Φ , denominada potencial de velocidade, tal que:

$$\vec{U}(x, y, z, t) = \nabla\Phi(x, y, z, t), \quad (2.1)$$

onde ∇ é o operador gradiente tridimensional. Substituindo o potencial de velocidade na equação de conservação da massa $\nabla \cdot \vec{U} = 0$, verifica-se que Φ satisfaz à equação de Laplace:

$$\nabla^2\Phi = 0. \quad (2.2)$$

O sistema de coordenadas utilizado tem x e y como coordenadas horizontais e z como coordenada vertical orientada positivamente para cima, a partir do nível de repouso da água. Para ondas propagando-se na direção x , $\eta(x, y, t)$ é a posição da superfície livre, $h(x, y)$ é a profundidade e λ é o comprimento de onda, (Figura 2.1).

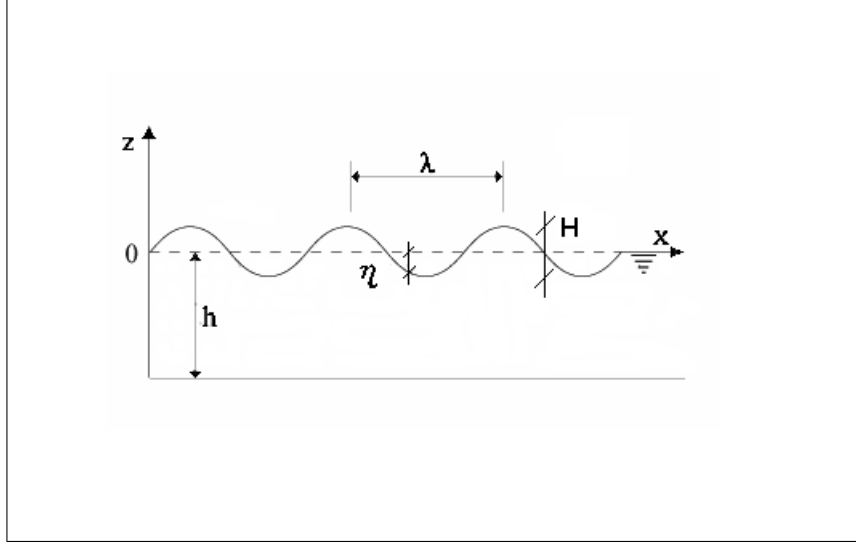


Figura 2.1: Onda com profundidade h .

Então o problema consiste em determinar o potencial escalar $\Phi(x, y, z, t)$ para a equação de Laplace

$$\nabla_H^2 \Phi + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0, \quad -h < z < 0, \quad (2.3)$$

que está sujeito à duas condições de contorno: a superfície livre com a interface água-ar e a fronteira sólida no fundo. As condições de fronteiras linearizadas são:

- na superfície livre
 - condição cinemática: nesta condição a superfície livre é material e é imposto que sua derivada material seja nula, ou seja, uma partícula que está na superfície deve se mover com o fluido, de modo que a superfície deve conter sempre as mesmas partículas.

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} - \frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0, \quad z = 0; \quad (2.4)$$

- condição dinâmica: a condição dinâmica diz respeito às forças atuantes na superfície livre. Aplica-se a equação de Bernoulli e considera-se que a pressão na superfície da água deve ser igual à pressão atmosférica e pode ser posta como zero.

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + g\eta = 0, \quad z = 0 \quad (2.5)$$

- no fundo
 - condição cinemática: nenhuma partícula atravessa o fundo, ou seja, o fundo é impermeável.

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = -\nabla_H h \nabla_H \Phi, \quad z = -h; \quad (2.6)$$

onde ∇_H é o operador gradiente horizontal.

2.2 Profundidade Constante

O problema apresentado no item anterior pode ser simplificado se o fundo tiver uma variação suave em distâncias da ordem de um comprimento de onda.

Para ondas de período T e comprimento de onda λ , propagando-se sobre uma topografia com profundidade constante, devem ser satisfeitas as seguintes equações para a estrutura vertical do escoamento (direção z):

$$\frac{\partial^2 G}{\partial z^2} - k^2 G = 0, \quad -h < z < 0; \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial G}{\partial z} - \frac{\omega^2}{g} G = 0, \quad z = 0; \quad (2.8)$$

$$\frac{\partial G}{\partial z} = 0, \quad z = -h; \quad (2.9)$$

que tem como solução

$$G = \frac{\cosh k(z + h)}{\cosh kh}, \quad (2.10)$$

com k e ω estando relacionado por

$$\omega^2 = gk \tanh kh, \quad (2.11)$$

onde $\omega = \frac{2\pi}{T}$ pode ser interpretado como a frequência angular de um escoamento periódico e $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ como número de onda. A equação (2.11) é chamada de equação de dispersão.

2.3 EDS (Equação do Declive Suave)

Baseado na hipótese de que a onda é capaz de ajustar-se à nova profundidade de modo que a solução para profundidade constante seja válida localmente, Berkhoff (1972) deduziu uma equação que permite descrever a propagação de ondas de pequena amplitude sobre um fundo com inclinação suave.

Considerando que as ondas são periódicas em um período de tempo T , então o potencial de velocidade pode ser escrito na forma:

$$\Phi(x, y, z, t) = \varphi(x, y, z)e^{-i\omega t}, \quad (2.12)$$

onde $\omega = 2\pi/T$ é a frequência de oscilação e $\varphi(x, y, z)$ é a parte espacial do potencial.

Assim, a solução para ondas propagando-se sobre um fundo não horizontal, pode ser aproximada por:

$$\Phi(x, y, z, t) = -\frac{ig}{\omega} G(z) \phi(x, y) e^{-i\omega t}. \quad (2.13)$$

A relação de dispersão (2.11) e a estrutura vertical G (2.10), que foram obtidas para profundidade constante, são válidas localmente e variam conforme a variação da profundidade.

Multiplicando a equação (2.3) pela função G (2.10) e através de uma integração vertical, o problema tridimensional original é reduzido a um problema bidimensional. O

modelo de onda é obtido a partir de

$$\int_{-h}^0 G \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} + \nabla_H^2 \Phi \right) dz = 0. \quad (2.14)$$

Aplicando a segunda identidade de Green (Apêndice B), tem-se

$$\int_{-h}^0 \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} G - \frac{\partial^2 G}{\partial z^2} \Phi \right) dz = \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z} G - \frac{\partial G}{\partial z} \Phi \right) \Big|_{z=0} - \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z} G - \frac{\partial G}{\partial z} \Phi \right) \Big|_{z=-h}, \quad (2.15)$$

substituindo as condições de contorno

$$\int_{-h}^0 (k^2 \Phi G + G \nabla_H^2 \Phi) dz = \frac{1}{g} \left(\omega^2 \Phi + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} \right) \Big|_{z=0} - \frac{\nabla_H h \cdot \nabla_H \Phi}{\cosh kh} \Big|_{z=-h}, \quad (2.16)$$

substituindo (2.13) em (2.16) e manipulando algebricamente obtém-se

$$\begin{aligned} \nabla_H \cdot \left\{ \left[\int_{-h}^0 G^2 dz \right] \nabla_H \hat{\Phi} \right\} + k^2 \left[\int_{-h}^0 G^2 dz \right] \hat{\Phi} - \frac{1}{g} \left[\omega^2 \hat{\Phi} + \frac{\partial^2 \hat{\Phi}}{\partial t^2} \right] = \\ - \left\{ [G \nabla_H h \cdot \nabla_H G] \Big|_{z=-h} + \int_{-h}^0 G \nabla_H^2 G dz \right\} \hat{\Phi}, \end{aligned} \quad (2.17)$$

com $\hat{\Phi} = -\frac{ig}{\omega} \phi e^{-i\omega t}$.

Como a estrutura vertical G (2.10) e a profundidade h variam lentamente no espaço, os termos do lado direito de (2.17) podem ser desprezados, por serem de uma ordem superior aos termos do lado esquerdo. Substituindo $\hat{\Phi}$ na equação (2.17) obtém-se a EDS:

$$\nabla_H \cdot (CC_g \nabla_H \phi) + k^2 CC_g \phi = 0. \quad (2.18)$$

onde

$$CC_g = g \int_{-h}^0 G^2 dz, \quad C = \frac{\omega}{k}, \quad C_g = \frac{d\omega}{dk}.$$

C é conhecido como velocidade ou celeridade de fase da onda, a velocidade com que a onda se propaga. C_g é conhecido como velocidade ou celeridade de grupo, a velocidade de propagação da energia da onda.

A equação (2.18) é conhecida como equação de Berkhoff ou *mild slope equation*. Esta equação rege a propagação de ondas de pequena amplitude com fundos em declive suave. A EDS (2.18) não leva em consideração alguns efeitos que modificam o campo de onda como dissipação de energia e não-linearidade.

Capítulo 3

Aproximação Parabólica

A equação do declive suave é uma equação elíptica, necessitando de condições de contorno em toda a fronteira do domínio do problema para ser resolvida, o que nem sempre é uma tarefa fácil ou possível. O objetivo da aproximação parabólica é o de transformar a EDS, que é uma equação elíptica, em uma ou mais equações parabólicas, que necessitam de condições iniciais para serem resolvidas.

A aproximação parabólica, já usada em problemas semelhantes em outros campos da física, no caso de ondas superficiais de gravidade, foi utilizada pela primeira vez por Radder (1979). A aplicação da equação parabólica requer que o campo de ondas tenha uma direção preferencial de propagação e que não haja reflexão no sentido oposto ao da propagação.

Modelos parabólicos, com base na equação do declive suave, descrevem satisfatoriamente a propagação de ondas irregulares sobre fundo com batimetria complexa em regiões costeiras abertas. Para casos onde a inclinação do fundo pode tornar-se demasiadamente íngreme, como nas proximidades de ilhas e pontais rochosos, existem procedimentos que minimizam as consequências desse tipo de relevo na grade de cálculo.

Em relação ao cálculo de difração de ondas, que ocorre quando as ondas têm de se propagar para as regiões posteriores as ilhas, quebra mares, a aproximação parabólica utilizada é confiável para o cálculo num setor de até mais ou menos 45° em relação à direção preferencial de propagação.

Os procedimentos e hipóteses mencionados a seguir são descritos por Liu e Tsay (1983).

3.1 Equação de Helmholtz

Se o problema estudado apresentar uma onda de pequena amplitude se propagando sobre uma topografia com profundidade constante, a EDS se transforma na equação de Helmholtz

$$\nabla_H^2 \phi + k^2 \phi = 0. \quad (3.1)$$

Fazendo uma troca de variáveis

$$\xi = (CC_g)^{\frac{1}{2}} \phi, \quad (3.2)$$

transforma-se a EDS (2.18) em uma equação de Helmholtz com coeficiente variável

$$\nabla_H^2 \xi + k_c^2 \xi = 0, \quad (3.3)$$

com

$$k_c^2 = k^2 - \frac{\nabla_H^2 (CC_g)^{\frac{1}{2}}}{(CC_g)^{\frac{1}{2}}}. \quad (3.4)$$

O último termo da equação (3.4) de ordem superior, pode ser desprezado se comparado com k^2 , então a equação (3.4) fica:

$$k_c^2 = k^2, \quad (3.5)$$

onde $k = k(x, y)$.

Podemos observar que uma das formas de escrever a EDS é na forma da equação de Helmonhltz com coeficiente variável.

3.2 Método da Aproximação Parabólica

Considerando que a equação governante é a equação de Helmholtz (3.1) e substituindo a transformação

$$\phi = A(x, y) e^{ikx} \quad (3.6)$$

na equação (3.1), tem-se

$$\frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} + 2ik \frac{\partial A}{\partial x} = 0. \quad (3.7)$$

Considerando que a onda, com número de onda dominante k , tem sentido x_+ como sentido dominante de propagação, a função amplitude A tem variação na direção x muito mais lenta do que ϕ .

A aproximação parabólica é obtida desprezando o primeiro termo da equação (3.7) que é de ordem superior:

$$2ik \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} = 0, \quad (3.8)$$

ou usando (3.6)

$$2ik \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + 2k^2 \phi = 0. \quad (3.9)$$

As soluções possíveis para a equação (3.9) podem ser escritas como uma onda plana se propagando na direção do vetor número de onda \vec{k} , ou seja,

$$\phi(x, y) \propto e^{i(k_x x + k_y y)}, \quad (3.10)$$

onde k_x e k_y são componentes de \vec{k} . Substituindo a solução (3.10) na equação de Helmholtz (3.1) chega-se a seguinte equação:

$$k^2 = k_x^2 + k_y^2, \quad (3.11)$$

que representa um círculo no plano (k_x, k_y) .

Por outro lado, substituindo (3.10) na equação (3.9) chega-se a seguinte equação:

$$k = k_x + \frac{1}{2}k_y^2, \quad (3.12)$$

que é uma parábola no plano (k_x, k_y) . Neste caso k_x não pode assumir valores negativos, a menos que a componente k_y seja maior que o número de onda k , o que é incompatível. A restrição desaparece se a relação entre k_x e k_y for um semi-círculo, ou seja,

$$k_x = (k^2 - k_y^2)^{\frac{1}{2}}. \quad (3.13)$$

A equação para o potencial ϕ , nesse caso, é

$$i \frac{\partial \phi}{\partial x} + kQ\phi = 0, \quad (3.14)$$

onde Q é um operador pseudo-diferencial dado por

$$Q = \left(1 + \frac{1}{k^2} \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)^{\frac{1}{2}}. \quad (3.15)$$

A equação parabólica (3.9) é a equação (3.14) com Q (3.15) aproximado pelo seus dois primeiros termos em uma série binomial.

3.3 Aproximação Parabólica da EDS

O propósito básico do método é converter a EDS em uma equação ou em um conjunto de equações parabólicas capazes de descrever um campo de ondas que se propaga numa direção preferencial, porém considerando efeitos de difração na direção transversal.

A equação na qual será feita a aproximação parabólica é a equação de Helmholtz com coeficiente variável (3.3), já que é uma das formas de escrever a EDS.

Algumas hipóteses são utilizadas para a obtenção da aproximação parabólica:

- Existe uma direção de propagação preferencial do campo de ondas (direção x) de modo que os desvios em relação a esta direção sejam pequenos.
- O campo de ondas pode ser dividido em duas componentes: uma de ondas transmitidas e outra de ondas refletidas.
- Após encontrar um par de equações parabólicas acopladas, uma para o campo de ondas transmitido e outra para o campo de ondas refletido, admite-se que o campo de ondas transmitidas predomina sobre o campo de ondas refletidas.
- As variações de k_c são pequenas.

A equação de Helmholtz com coeficiente variável (3.3) pode ser escrita em coordenadas cartesianas como

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + k_c^2 Q^2 \xi = 0, \quad (3.16)$$

onde

$$Q^2 = 1 + \frac{1}{k_c^2} \frac{\partial^2}{\partial y^2}. \quad (3.17)$$

Sendo o campo de ondas ξ composto de uma parte transmitida ξ_+ e outra refletida ξ_- , então ξ será dado por

$$\xi = \xi_+ + \xi_-. \quad (3.18)$$

Substituindo (3.18) na equação (3.14), com ξ no lugar de ϕ , chega-se a

$$\frac{\partial \xi}{\partial x} = i k_c Q (\xi_+ - \xi_-), \quad (3.19)$$

ou

$$\xi_+ = \frac{1}{2} \left(\xi - \frac{i}{k_c Q} \frac{\partial \xi}{\partial x} \right) \quad (3.20)$$

e

$$\xi_- = \frac{1}{2} \left(\xi - \frac{i}{k_c Q} \frac{\partial \xi}{\partial x} \right). \quad (3.21)$$

Diferenciando as equações (3.20) e (3.21) com relação a x , usando (3.16) e (3.19), e fazendo uma aproximação racional para o operador Q (3.17), encontra-se um par de equações parabólicas de ordem superior acopladas para o campo transmitido ξ_+ e refletido ξ_- . Desprezando o campo refletido ($\xi_- = 0$; $\xi = \xi_+$), chega-se à equação

$$\frac{\partial \xi}{\partial x} - ik_c \xi + \frac{1}{4k_c^2} \frac{\partial^3 \xi}{\partial x \partial y^2} - \frac{3i}{4k_c} \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} + \frac{1}{2k_c} \frac{\partial k_c}{\partial x} \xi = 0. \quad (3.22)$$

Com a transformação de variáveis

$$\xi = \Psi e^{ik_0 x}, \quad (3.23)$$

sendo o elemento k_0 o número de onda em águas profundas, ou seja, o número de onda representativo de referência no início da propagação. A equação (3.22) pode ser reescrita em função da amplitude complexa Ψ , então a equação parabólica torna-se

$$2ik_c \frac{\partial \Psi}{\partial x} + \left[2k_c(k_c - k_0) + i \frac{\partial k_c}{\partial x} \right] \Psi + \frac{i}{2k_c} \frac{\partial^3 \Psi}{\partial x \partial y^2} + \left(\frac{3}{2} - \frac{k_0}{2k_c} \right) \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} = 0. \quad (3.24)$$

Quando a razão entre a altura da onda e seu comprimento não é desprezível, efeitos não lineares tendem a dispersar a amplitude da onda. Pode ser feita a inclusão diretamente do termo não-linear $-\chi |\Psi|^2 \Psi$ na equação (3.24), (Liu, 1989).

A aproximação parabólica de ordem inferior apresenta bons resultados para um setor de mais ou menos 30 graus em torno da direção principal de propagação. A aproximação

de ordem superior possibilita a propagação das ondas num setor de direções mais amplo em relação à direção principal (figura 3.1), (Kirby et al., 2002).

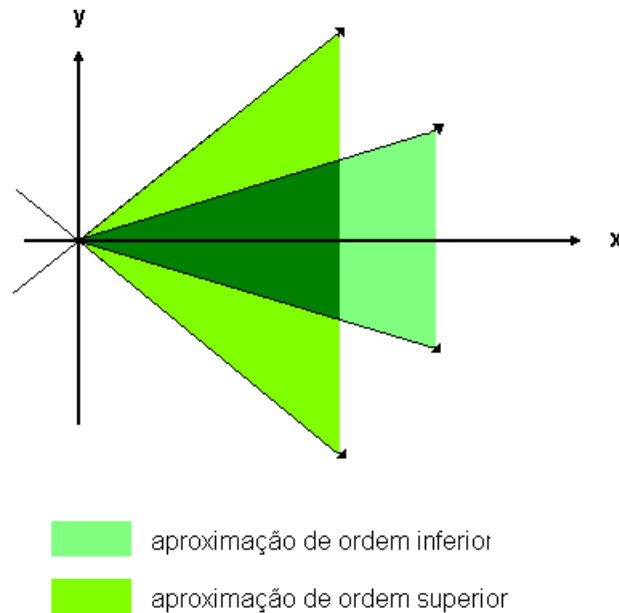


Figura 3.1: Setores de propagação de onda para aproximação de ordem superior e inferior.

Um item que pode ser tratado como limitação do modelo são as reflexões nas fronteiras laterais da malha. O modelo utiliza condições de contorno laterais do tipo transmissiva para eliminar a interferência da fronteira lateral no interior do campo de ondas, porém esta interferência não é eliminada por completo. A solução do modelo pode também ser prejudicada se algumas das hipóteses usadas na dedução do método da aproximação parabólica para a equação do declive suave não forem respeitadas.

Capítulo 4

Solução Numérica

A equação parabólica (3.24) será discretizada pelo método de diferenças finitas utilizando o esquema de Crank-Nicolson, sendo bastante eficiente e implicando numa grande redução do esforço computacional em relação a outras soluções numéricas da EDS (2.18).

4.1 Método de Diferenças Finitas

Uma das técnicas utilizadas para a obtenção de soluções numéricas aproximadas de equações diferenciais, é o Método de Diferenças Finitas (MDF). Esse método é baseado na aproximação das derivadas que aparecem no problema original, por meio de quocientes de diferenças, usando séries de Taylor.

Considerando uma função $f = f(x)$ continua e com derivadas contínuas, é possível expandir f em serie de Taylor por

$$f(x + a) = f(x) + af'(x) + \frac{1}{2}a^2 f''(x) + \frac{1}{6}a^3 f'''(x) + ..., \quad (4.1)$$

ou

$$f(x - a) = f(x) - af'(x) + \frac{1}{2}a^2 f''(x) - \frac{1}{6}a^3 f'''(x) + \quad (4.2)$$

com $a = \Delta x$ sendo a variação da coordenada no eixo x .

Desprezando os termos $O(a^2)$ da equação (4.1) e (4.2), tem-se, respectivamente, os operadores de diferenças finitas para a primeira derivada de f definido como:

$$f'(x) \approx \frac{f(x+a) - f(x)}{a} \quad (4.3)$$

e

$$f'(x) \approx \frac{f(x) - f(x-a)}{a}. \quad (4.4)$$

A equação (4.3) é chamada de *aproximação avançada* ou *progressiva* e a equação (4.4) é chamada de *aproximação regressiva* ou *atrasada*.

Por outro lado, subtraindo (4.1) de (4.2), chega-se a

$$f'(x) \approx \frac{f(x+a) - f(x-a)}{2a}, \quad (4.5)$$

que é denominada *diferença central*.

Substituindo o domínio do problema, contínuo, por uma série de pontos discretos, ou nós, calcula-se as incógnitas do problema (figura(4.1)).

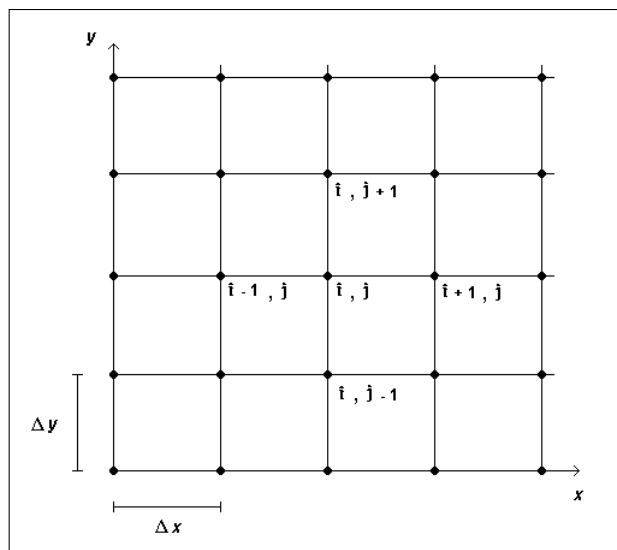


Figura 4.1: Malha de pontos discretos

As expressões para as derivadas parciais primeiras em um ponto $M(i, j)$ são:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_M \approx \frac{f_{i+1,j} - f_{i-1,j}}{2\Delta x} \quad (4.6)$$

$$\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_M \approx \frac{f_{i,j+1} - f_{i,j-1}}{2\Delta y} \quad (4.7)$$

Será usada para a discretização da equação (3.24) a *diferença central* (4.5), na qual conduz em geral a uma melhor aproximação.

4.2 Equação Parabólica em Diferenças Finitas

A resolução do problema de valor inicial pode ser feita numericamente pelo esquema de diferenças finitas de Crank-Nicolson com valores da amplitude Ψ conhecidos no início da propagação da onda.

A área da batimetria analisada deve ser ilustrada como uma malha com direções x e y , divididas em retângulos de tamanhos Δx e Δy (figura 4.2).

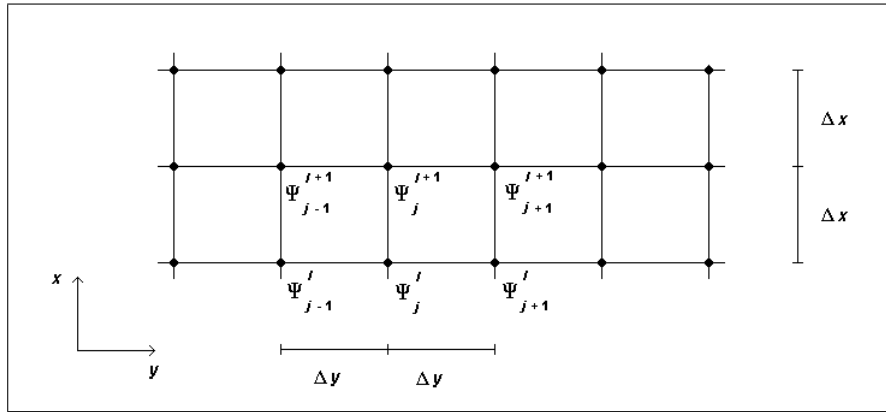


Figura 4.2: Malha do esquema numérico de Crank-Nicolson

A amplitude complexa Ψ_y^x é solicitada em cada ponto da malha, então indica-se a amplitude por Ψ_j^i com $x = (i - 1)\Delta x$ e $y = (j - 1)\Delta y$, para todo i entre 1 e m pontos na direção x e todo j entre 1 e n pontos na direção j .

A equação parabólica (3.24) em diferenças finitas é:

$$\begin{aligned}
& 2i \frac{(\Psi_j^{i+1} k_{c_j}^{i+1} - \Psi_j^i k_{c_j}^i)}{\Delta x} + \frac{1}{2} \left[2k_{c_j}^{i+1} (k_{c_j}^{i+1} - k_0) \Psi_j^{i+1} + 2k_{c_j}^i (k_{c_j}^i - k_0) \Psi_j^i + \right. \\
& i \frac{(k_{c_j}^{i+1} - k_{c_j}^i)}{\Delta x} (\Psi_j^{i+1} + \Psi_j^i) \left. \right] + \frac{i}{2\Delta x \Delta y^2} \left[\left(\frac{\Psi_{j+1}^{i+1}}{k_{c_{j+1}}^{i+1}} - 2 \frac{\Psi_j^{i+1}}{k_{c_j}^{i+1}} + \frac{\Psi_{j-1}^{i+1}}{k_{c_{j-1}}^{i+1}} \right) - \right. \\
& \left(\frac{\Psi_{j+1}^i}{k_{c_{j+1}}^i} - 2 \frac{\Psi_j^i}{k_{c_j}^i} + \frac{\Psi_{j-1}^i}{k_{c_{j-1}}^i} \right) \left. \right] + \frac{1}{2\Delta y^2} \left\{ \left[\left(\frac{3}{2} - \frac{k_0}{2k_{c_{j+1}}^{i+1}} \right) \Psi_{j+1}^{i+1} - 2 \left(\frac{3}{2} - \frac{k_0}{2k_{c_j}^{i+1}} \right) \Psi_j^{i+1} + \right. \right. \\
& \left. \left(\frac{3}{2} - \frac{k_0}{2k_{c_{j-1}}^{i+1}} \right) \Psi_{j-1}^{i+1} \right] + \left[\left(\frac{3}{2} - \frac{k_0}{2k_{c_{j+1}}^i} \right) \Psi_{j+1}^i - 2 \left(\frac{3}{2} - \frac{k_0}{2k_{c_j}^i} \right) \Psi_j^i + \right. \\
& \left. \left. \left(\frac{3}{2} - \frac{k_0}{2k_{c_{j-1}}^i} \right) \Psi_{j-1}^i \right] \right\} = 0
\end{aligned} \tag{4.8}$$

Usando o processo de Crank-Nicolson, para o cálculo da amplitude, uma determinada linha pode ser escrita como

$$a\Psi_{j+1}^{i+1} + b\Psi_j^{i+1} + c\Psi_{j-1}^{i+1} = d\Psi_{j+1}^i + e\Psi_j^i + f\Psi_{j-1}^i, \tag{4.9}$$

onde os coeficientes a, b, c, d, e e f envolvem termos variáveis.

Na equação (4.8) as amplitudes Ψ_{j-1}^i , Ψ_j^i e Ψ_{j+1}^i são valores conhecidos, sendo Ψ_{j-1}^{i+1} , Ψ_j^{i+1} e Ψ_{j+1}^{i+1} as incógnitas. O problema então se reduz à inversão de uma matriz tri-diagonal:

$$\begin{bmatrix}
b_1 & c_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\
a_2 & b_2 & c_2 & 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
0 & a_3 & b_3 & c_3 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
0 & 0 & a_4 & b_4 & c_4 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & a_{n-3} & b_{n-3} & c_{n-3} & 0 \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & a_{n-2} & b_{n-2} & c_{n-2} \\
0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & 0 & a_{n-1} & b_{n-1}
\end{bmatrix}^{i+1} \begin{bmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \Psi_{n-2} \\ \Psi_{n-1} \end{bmatrix}^{i+1} = \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ s_{n-2} \\ s_{n-1} \end{bmatrix}^i \quad (4.10)$$

com a, b e c sendo os coeficientes de Ψ_{j-1}^{i+1} , Ψ_j^{i+1} e Ψ_{j+1}^{i+1} , e s os termos independentes.

Embora pareça que o processo de Crank-Nicolson possa ser demorado, dado que há uma inversão de matriz para cada linha da grade, o processo de inversão da matriz é rápido. O procedimento é econômico no armazenamento, apenas os valores para as linhas i e $i + 1$ são necessários em cada cálculo.

4.3 Exemplos de Soluções Numéricas

Nesta seção são apresentadas alguns exemplos de soluções numéricas em simulações para verificação da característica da onda na execução do modelo, usando o programa REF/DIF1 versão 2.6 de James T. Kirby, Robert A. Dalrymple e Fengyan Shi.

Nos exemplos apresentados a seguir, as condições iniciais estarão nos arquivos de entrada *indat.dat*, disponíveis no apêndice A. Os dois primeiros exemplos são simulações em que as condições iniciais foram escolhidas de maneira aleatórias. O terceiro exemplo é uma simulação experimental testada em laboratório, e foi retirado do *Combined Refraction/Diffraction Model REF/DIF 1, Version 2.5, Documentation and User's Manual*, Kirby e Dalrymple (2002).

- Exemplo 1

Neste primeiro exemplo considera-se uma onda monocromática que tem um período de 10s e cuja a amplitude é de $2m$. Analisa-se para o caso desta onda estar se propagando na

direção de uma praia plana que possui uma declividade de 1 : 10 (figura 4.4) e formando um ângulo de incidência com a normal à praia de 0° .

Será feita uma análise do campo de ondas em uma região de $1000m \times 1000m$, que será ilustrada usando uma malha de pontos discretos com direções x e y . Para tal, foi escolhida uma grade de referência para armazenamento dos pontos de 100×100 , e desta forma obtém-se um espaçamento da grade com $\Delta x = 10m$ e $\Delta y = 10m$. Apenas alguns pontos desta grade foram analisados, como mostra a figura (4.3).

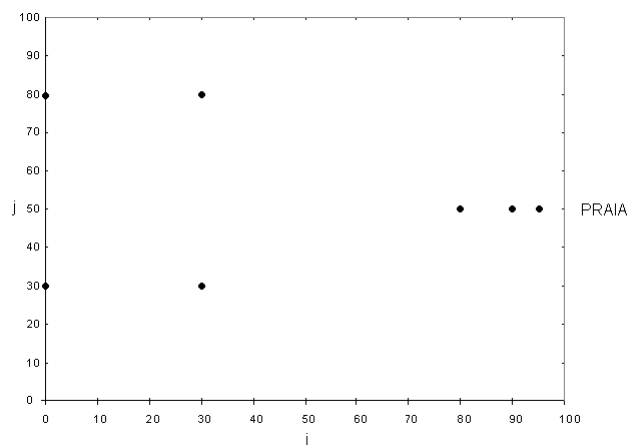


Figura 4.3: Pontos de medidas na grade de referência

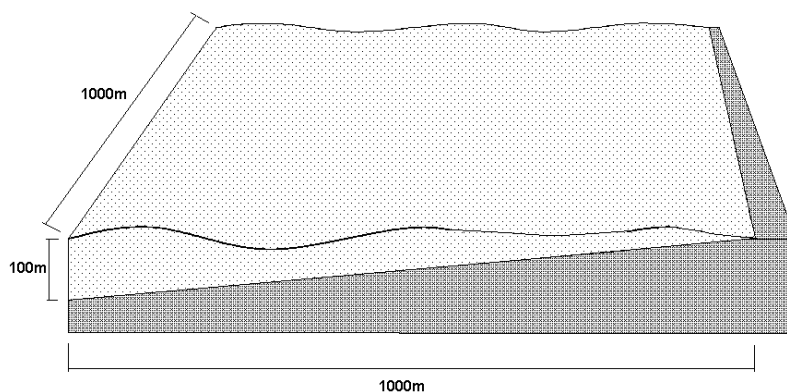


Figura 4.4: Batimetria da costa

Para a execução do modelo, o programa REF/DIF1 exige alguns dados de entrada que são lidos do arquivo *indat.dat* (apêndice A) como por exemplo a dimensão da grade,

o espaçamento da grade, se o limite lateral é aberto ou fechado, entre outros. Também é necessária a introdução da topografia local, que é representada por uma matriz de $mr \times nr$ dimensões que fornece a profundidade local, e essa informação é lida pelo programa através do arquivo *refdat.dat*.

A tabela (4.1) apresenta os resultados dos valores das alturas da onda, nos locais de medição, indicado na figura (4.3).

i	j	Altura H (m)
1	30	4
1	80	4
30	30	3.94
30	80	3.94
80	50	3.67
90	50	3.94
95	50	4.20

Tabela 4.1: Altura da onda nos pontos de referência para o primeiro caso

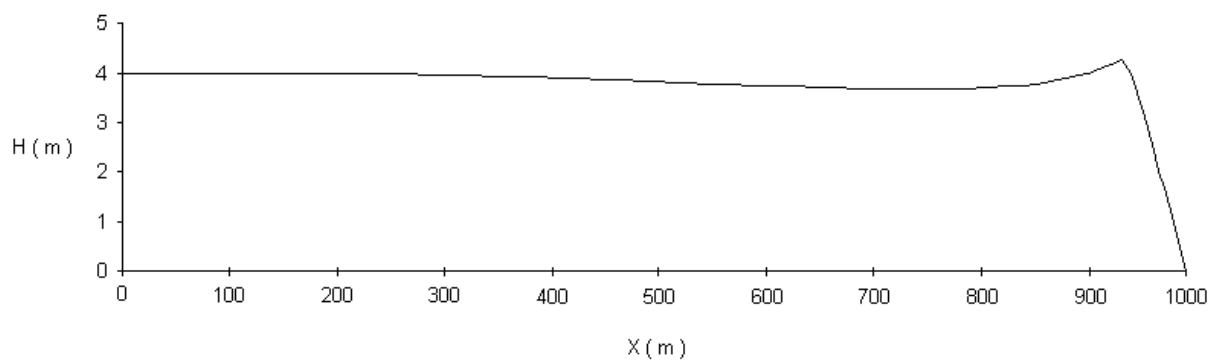


Figura 4.5: Altura da onda relativa a uma praia com declividade de 1:10.

Neste primeiro caso, como a propagação da onda incide com um ângulo igual a zero em relação à normal à praia, que é plana, e a profundidade decresce de uma maneira linear, era de se esperar que o campo de ondas tivessem o mesmo comportamento em

uma determinada linha paralela à praia. De acordo com os resultados obtidos os valores da altura H , para um i fixo e qualquer j , serão idênticos.

Também para este caso, é óbvio supor que a altura da onda H tem de ser zero junto à praia. As elevações da altura da onda podem ser comparadas através da figura (4.5). De fato, o valor da altura da onda tem um aumento à medida em que a onda vai aproximando-se da praia, e depois de um determinado ponto o valor de sua altura começa a diminuir, até chegar a zero, devido a quebra das ondas.

- Exemplo 2

Para a execução e análise do segundo exemplo, as condições iniciais serão as mesmas do primeiro exemplo, mudando somente o ângulo de incidência da onda, ou seja:

- amplitude: 2 m
- período: 10s
- direção: 10°

Os arquivos de entrada *indat.dat* e *refdat.dat*, que serão lidos pelo programa, serão os mesmos, assim como os pontos para conferência de resultados também serão os mesmos. Este exemplo serve para comparar os resultados do primeiro caso, e ver como é afetado o campo de onda quando o ângulo de incidência varia. A tabela (4.2) fornece os resultados do segundo caso.

i	j	Altura H (m)
1	30	4
1	80	4
30	30	4.15
30	80	3.86
80	50	3.79
90	50	3.92
95	50	4.18

Tabela 4.2: Altura da onda nos pontos de referência para o segundo caso

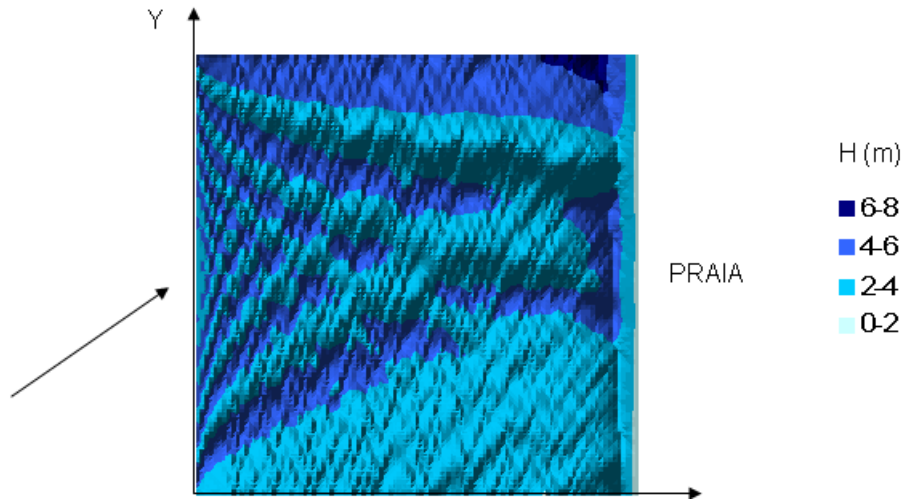


Figura 4.6: Altura da onda relativa a uma praia com declividade de 1:10, com um ângulo de 10° de incidência.

A figura (4.6) mostra o comportamento do campo de onda na malha especificada. Na Figura (4.7) está sendo representada três alturas de ondas em três cortes longitudinais: para $j = 30$, $j = 50$ e $j = 70$. Na figura (4.8) a representação está em três cortes transversais: para $i = 30$, $i = 50$ e $i = 70$.

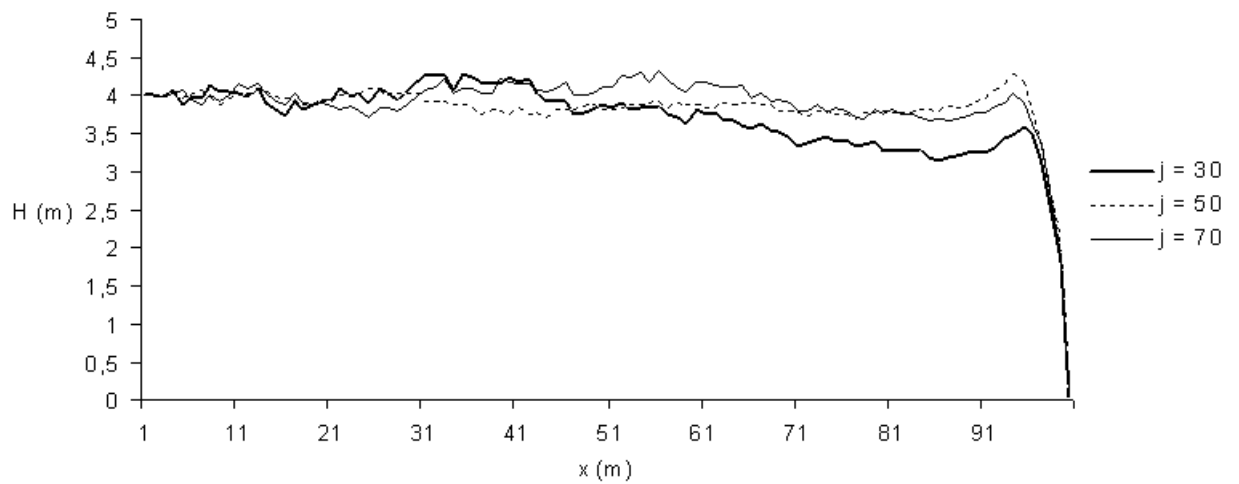


Figura 4.7: Altura da onda relativa a uma praia com declividade de 1:10, com um ângulo de 10° de incidência, com 3 seções longitudinais.

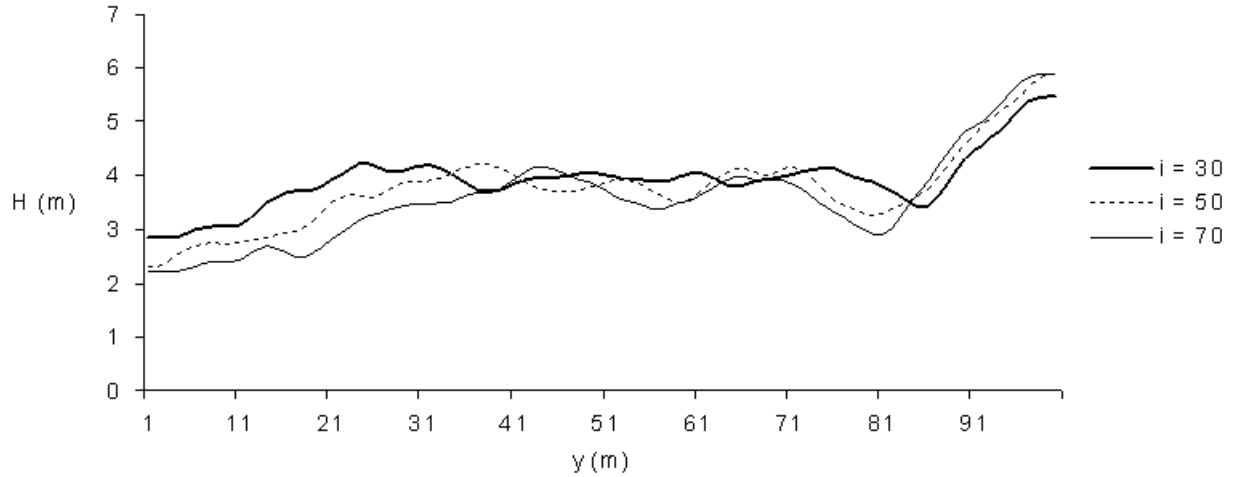


Figura 4.8: Altura da onda relativa a uma praia com declividade de 1:10, com um ângulo de 10° de incidência, com 3 seções transversais.

Na figura (4.7) pode-se observar que o mesmo fenômeno que ocorreu no primeiro exemplo também ocorre. A onda ao se aproximar da praia tem sua altura aumentada até um determinado ponto e depois um decaimento. Porém o que ocorre neste segundo exemplo é que nem a altura máxima e nem este ponto limite são iguais para uma linha paralela à praia. Então para uma onda que incide com um ângulo diferente de zero em relação à normal à praia, para um determinado valor de x , as alturas de ondas serão diferentes.

De acordo com a figura (4.8) observa-se que as alturas das ondas que estão no canto da grade onde $j=1$ estão diminuindo à medida que a onda aproxima-se da praia, e as alturas das ondas que estão no canto da grade onde $j=100$ estão aumentando à medida em que a onda aproxima-se da praia. Vale ressaltar que para este caso foi usado a condição de fronteira lateral fechada, ou seja, como se fosse uma parede que servisse de fronteira lateral.

- Exemplo 3

O terceiro exemplo foi retirado do manual REF/DIF 1, versão 2.5 e é referente ao comportamento do campo de ondas em torno de uma ilha artificial. O problema analisado aqui foi escolhido como teste representativo das diversas funcionalidades do modelo: este

exemplo faz uso específico da quebra de onda e *filme fino*.

Neste exemplo o formato da ilha artificial é um cone circular, com um raio de base de 400 pés e uma elevação de 153,33 pés acima do leito marinho, levando a uma inclinação lateral de 1:3. A profundidade da água à volta da ilha é 60 pés. A geometria da ilha é mostrada na figura (4.9).

A região da ilha acima da linha de água não é tratada nos cálculos. O modelo irá trincar a ilha e criará um *filme fino* sobre as partes expostas, técnica criada por Dalrymple, Kirby e Mann (1984). Neste procedimento, as alturas de onda são reduzidas para metade de um centímetro, que resulta em uma onda que leva energia quase desprezível e não mais afeta quaisquer processos físicos.

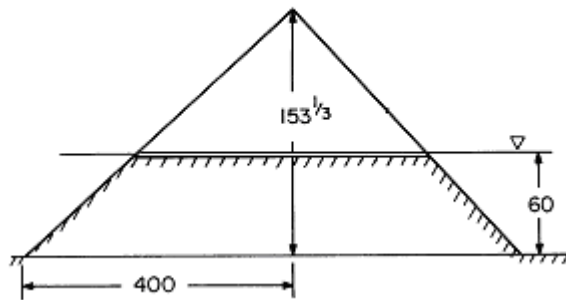


Figura 4.9: Geometria da ilha referente ao exemplo 3 extraído de Kirby et al (2002).

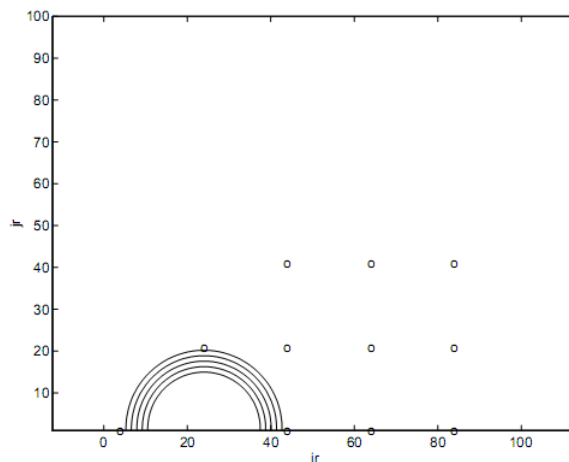


Figura 4.10: Localização da ilha e pontos de medição referente ao exemplo 3 extraído de Kirby et al (2002).

Os espaçamento $\Delta x = 20$ pés e $\Delta y = 20$ pés foram escolhidos para a grade de referência, oferecendo cerca de 20 pontos por comprimento de onda longe da ilha. Usando os locais de armazenamento de 100 x 100 pontos para a grade de referência, indicando um modelo de aproximadamente 2000 pés por 2000 pés nas direções x e y .

A localização do centro da ilha é $x = 460$ pés e $y = 10$ pés, onde x e y são medidos a partir do canto de grade computacional. Os pontos de medição são mostrados na figura (4.10).

O modelo foi executado usando os seguintes parâmetros de onda: $T = 10$ s, $H = 28$ pés e ângulo de incidência de 0° . A tabela (4.3) fornece os valores das alturas da onda nos locais de medição indicado na figura (4.10) e a figura (4.11) está ilustrada a altura da onda na região de análise.

i	j	Altura H (pés)
3	1	28
43	1	17.3
63	1	14.4
83	1	16.9
23	21	23.5
43	21	19.1
63	21	20.9
83	21	18.6
43	41	32.1
63	41	29.7
83	41	23.5

Tabela 4.3: Altura da onda nos pontos de referência para o terceiro exemplo

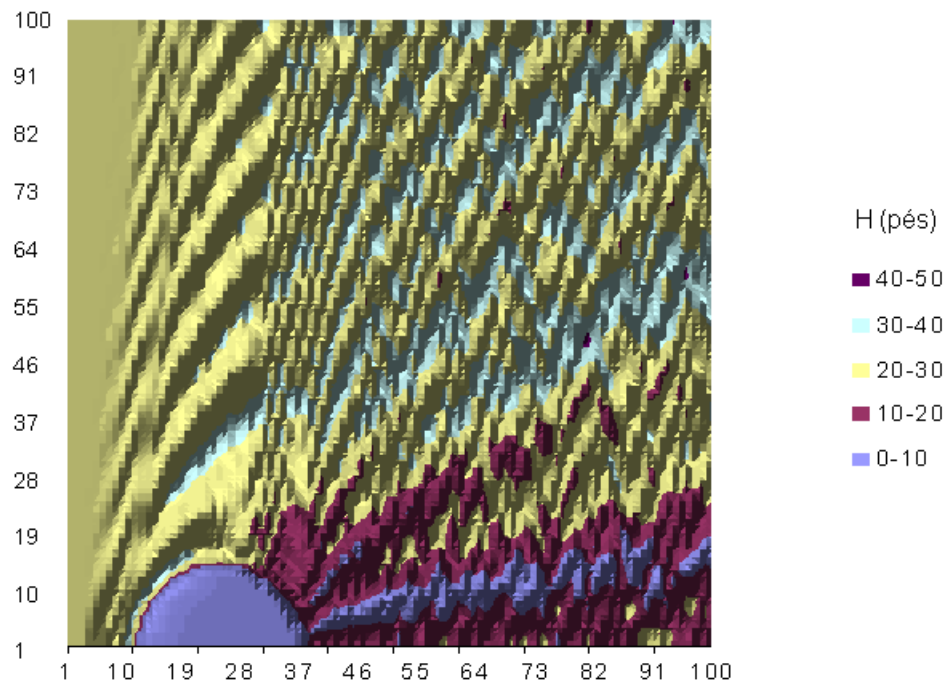


Figura 4.11: Altura da onda em torno de uma ilha para o terceiro exemplo

Nos exemplos apresentados é possível avaliar o desempenho computacional no que se refere aos fenômenos de refração de difração da onda e servem como testes representativos das diversas funcionalidades do modelo. O programa REF/DIF vem sendo testado e aprimorado passando por varias versões. Foram feitas varias alterações ao programa desde sua versão 1.0 passando por 2.0, 2.1, 2.2, 2.3, 2.4 até 2.5, o qual é utilizado neste trabalho.

Capítulo 5

Transporte de Sedimentos

O transporte de sedimentos junto a costa é a causa da alteração no perfil de praias existentes. Essa mudança no ambiente é causada principalmente pela quebra de onda na praia. Este mecanismo é capaz de desalojar e arremessar sedimentos que serão carregados pelas correntes induzidas pelas ondas: correntes longitudinais (*longshore currents*) e correntes de retorno (*rip currents*). Bowen (1969) e Longuet-Higgins (1970) criaram a primeira teoria capaz de prever a velocidade da corrente longitudinal, onde investigaram o papel da componente longitudinal da tensão de radiação. Longuet-Higgins balanceou o gradiente longitudinal dessa tensão de radiação com a tensão de cisalhamento do fundo gerada pela corrente longitudinal, obtendo uma fórmula para seu cálculo.

Uma onda com um grande ângulo de incidência ao longo da costa gera fortes correntes longitudinais. Para ângulos de incidência menores é gerada correntes longitudinais mais fracas (Kamphuis, 2000).

As equações utilizadas para cálculos de transporte de sedimento foram desenvolvidos com base principalmente em estudos de campo, no entanto, a obtenção de dados de alta qualidade no campo é difícil. O modelo mais amplamente utilizado para estimar taxa de transporte de sedimentos é a Fórmula do “CERC”, que é baseado em medições de campo. Porém a precisão é questionável em algumas circunstâncias. Vários parâmetros que podem influenciar o cálculo do transporte de sedimentos, como período da onda e tamanho dos grãos de sedimentos, não são levados em consideração na fórmula do CERC. Comparações adicionais foram feitas com a fórmula proposta por Kamphuis (1991), que inclui período de onda, um fator que influencia a arrebentação das ondas, fornecendo boas estimativas.

5.1 Formação das Correntes

As ondas geradas em águas profundas e se propagando em direção à costa se dirigem para águas com profundidades mais rasas. Conforme estas ondas vão movendo-se para águas rasas, a onda começa a sentir o fundo, e em um determinado ponto as ondas sofrem alguns processos: Refração, difração, empinamento e arrebentação.

– O empinamento é o aumento da amplitude da onda, provocado pela diminuição da velocidade da onda e um decréscimo no comprimento de onda.

– A refração é a mudança da direção da onda. Em águas rasas, as ondas são influenciadas pelo fundo de modo que a crista da onda tende a se alinhar à costa. Este processo é chamado de Refração (figura 5.1). Uma vez que há mudanças na direção da onda próximo à costa, temos então $\alpha = \alpha(x)$. A variação do ângulo somente na direção x mostra que a refração segue a lei de Snell

$$\frac{\sin \alpha_\omega}{c} = \text{constante}, \quad (5.1)$$

onde c é a velocidade de fase da onda. A lei de Snell é válida para qualquer tipo de onda, linear ou não linear, quebrando ou não, desde que sejam ondas regulares com período de onda constante T .

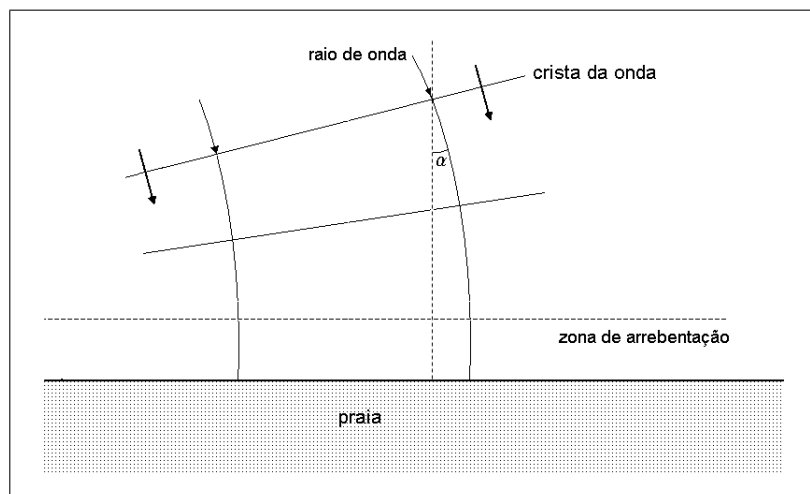


Figura 5.1: Refração de ondas

– A difração é a variação da propagação da onda provocada por ilhas, quebra mares e recifes, ou outros obstáculos.

– A arrebentação é caracterizada pelo processo instabilidade e de dissipação de energia da onda sobre a praia. Grande parte dessa energia é transferida gerando as correntes costeiras. O processo de quebra das ondas é o fator mais importante no transporte de sedimentos. Ao quebrar a onda provoca o surgimento de uma região de intenso movimento rotacional da água, gerando vórtices que atuam sobre o fundo, levantando sedimento e transportando-o.

As partículas de água descrevem movimentos circulares, sendo estes menores conforme a profundidade, até que na metade do comprimento de onda, estes movimentos praticamente cessam (figura 5.2). Quando a onda aproxima-se da linha de costa, ou seja, quando a profundidade local começa a ser menor que a metade do comprimento de onda da onda, diz-se que “a onda sente o fundo”. Os movimentos das partículas de água transformam-se em elipses achatadas quando em contato com o fundo. Assim, as partículas movem-se para frente e para trás junto ao fundo e não mais de uma maneira circular. A quebra da onda ocorre porque o contato das partículas que se movimentam próximas ao fundo faz com que haja um atraso destas em relação às da superfície, impelindo desta forma, a região superior da onda para a frente, ocasionando a quebra. Empiricamente sabe-se que a onda quebra quando atinge uma altura de aproximadamente 70% da profundidade local. Quando esse limite é excedido a onda quebra dissipando sua energia.

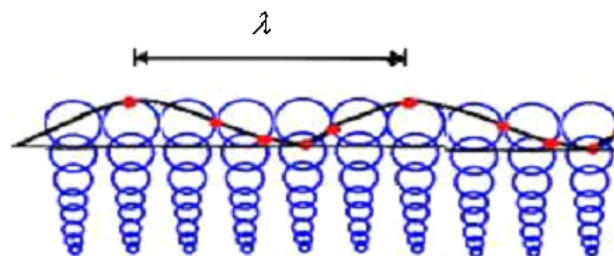


Figura 5.2: Representação do movimento das partículas de água na superfície livre e no fundo

Além destes fenômenos, as ondas, ao atingirem a costa, geram correntes longitudinais, correntes transversais e correntes de retorno, devido à arrebentação e à não linearidade do fenômeno. Estes efeitos causam um fluxo de massa chamado *corrente média* e um fluxo de quantidade de movimento chamado de *tensões de radiação*. As correntes transversais e correntes de retorno não serão abordadas nesse trabalho.

5.2 Correntes Longitudinais

Uma onda incidindo com um determinado ângulo ao longo da costa apresenta correntes longitudinais, que são fluxos de água, geradas pelo processo de arrebentação. Estas correntes se movem paralelas junto à costa e causam o transporte de sedimentos colocados em suspensão pelas ação das ondas (figura 5.3).

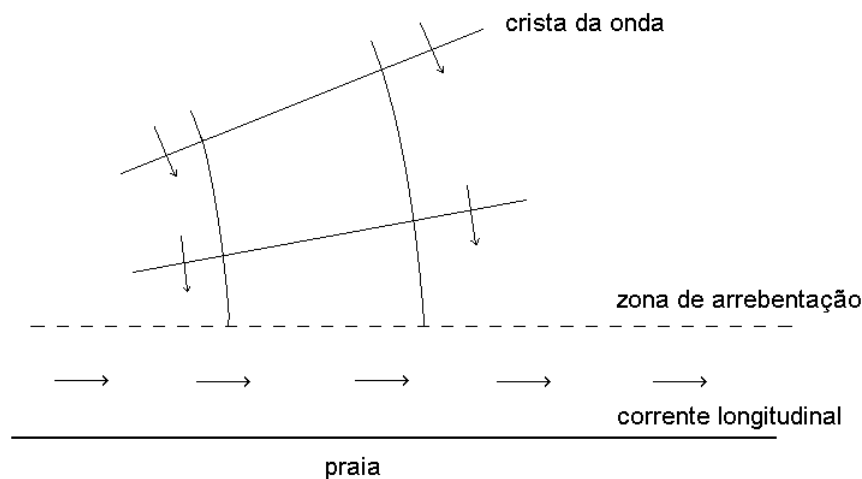


Figura 5.3: Corrente Longitudinal

Vários processos físicos ocorrem com um campo de ondas no mar, quando este se propaga de águas profundas para águas rasas.

Quando as ondas quebram na zona de arrebentação, elas criam fluxo de quantidade de movimento, causando uma tensão de radiação que possui basicamente duas componentes: a componente perpendicular à linha da costa que tenta empurrar volumes de água em direção ao continente e causa um aumento do nível médio da água e um gradiente de pressão hidrostática e uma componente longitudinal onde o seu gradiente dá origem a

uma corrente longitudinal que é balanceada pela fricção com o fundo.

Para se entender como surgem as correntes longitudinais será feita a dedução das expressões de tensões de radiação que funcionam como um forçante na corrente média causada pelas ondas. Primeiro obtém-se a média do fluxo da quantidade de movimento causado por uma onda progressiva. Considerando uma onda se propagando na direção x , incidindo normalmente à praia, e que a profundidade é constante, então para calcular o fluxo da quantidade de movimento (Q_f) passando por um plano $x = \text{const}$ tem-se a expressão

$$Q_f = \int_{-h}^{\eta} (P + \rho u^2) dz, \quad (5.2)$$

onde P é a pressão hidrostática, u é a velocidade do fluido na direção x , ρ é a densidade do fluido, $-h$ é a posição do fundo. A elevação da superfície η é dada por

$$\eta = a \cos(kx - \omega t), \quad (5.3)$$

sendo a a amplitude ($H = 2a$), H é a altura da onda, $k = 2\frac{\pi}{\lambda}$ onde λ é o comprimento da onda e $\omega = \frac{2\pi}{T}$ com T sendo o período de onda.

Define-se a componente principal S_{xx} da tensão de radiação como a média da expressão (5.2) com relação ao tempo, menos o fluxo médio do fluido na ausência da onda, ou seja,

$$S_{xx} = \overline{\int_{-h}^{\eta} (P + \rho u^2) dz} - \int_{-h}^0 P_0 dz, \quad (5.4)$$

onde P_0 é a pressão hidrostática na ausência da onda. A barra significa a média das propriedades das ondas em um período T , ou seja, $\overline{(*)} = \frac{1}{T} \int_0^T (*) dt$.

Sendo P_d a pressão dinâmica definida por $P_d = P + \rho g z$, com g sendo a aceleração da gravidade, a equação (5.4) pode ser expressa como

$$S_{xx} = \overline{\int_{-h}^{\eta} (P_d + \rho u^2) dz} - \overline{\int_{-h}^{\eta} (\rho g z) dz} - \frac{\rho g h^2}{2}. \quad (5.5)$$

Fazendo uma integração em z , a expressão (5.5) fica

$$S_{xx} = \overline{\int_{-h}^{\eta} (P_d + \rho u^2) dz} - \frac{\rho g \overline{\eta^2}}{2}, \quad (5.6)$$

ou decompondo os termos

$$S_{xx} = \overline{\int_{-h}^{\eta} (P_d) dz} + \overline{\int_{-h}^0 (\rho u^2) dz} + \overline{\int_0^{\eta} (\rho u^2) dz} - \frac{\rho g \overline{\eta^2}}{2}. \quad (5.7)$$

A velocidade u , na teoria linear é definida somente até $z = 0$, por isso para $z > 0$ desenvolve-se u em série de Taylor em torno de $z = 0$ e desconsidera-se os termos de ordem superior. Com isso a equação (5.7) pode ser escrita como:

$$S_{xx} = \overline{\int_{-h}^{\eta} (P_d) dz} + \overline{\int_{-h}^0 (\rho u^2) dz} + O\left(\frac{H}{L}\right)^3 - \frac{\rho g \overline{\eta^2}}{2}, \quad (5.8)$$

ou

$$S_{xx} = -\overline{\int_{-h}^{\eta} (\rho w^2) dz} + \rho g \overline{\eta^2} + \overline{\int_{-h}^0 (\rho u^2) dz} + O\left(\frac{H}{L}\right)^3 - \frac{\rho g \overline{\eta^2}}{2}, \quad (5.9)$$

Da teoria linear define-se u e w como

$$u = \frac{ckH \cosh(kz + kh)}{2 \sinh(kh)} \cos(\omega t - kx), \quad (5.10)$$

$$w = -\frac{ckH \sinh(kz + kh)}{2 \sinh(kh)} \sin(\omega t - kx), \quad (5.11)$$

onde $k = \frac{2\pi}{L}$ com L sendo o comprimento da onda, $\omega = \frac{2\pi}{T}$ com T sendo o período da onda, $H = 2a$ com a sendo a amplitude da onda e w sendo a velocidade vertical das partículas de fluido devido à onda. Integrando a equação (5.9) e usando (5.10) e (5.11), obtém-se

$$S_{xx} = \frac{\rho g H^2}{16} (1 + 2G^*) + O\left(\frac{H}{L}\right)^3, \quad (5.12)$$

com G^* sendo definido como

$$G^* = \frac{2kh}{\sinh 2kh}. \quad (5.13)$$

A equação (5.12) fornece o fluxo da quantidade de movimento na direção x causado por uma onda propagante com ângulo de incidência nulo. De modo análogo calcula-se o fluxo de quantidade de movimento x na direção y denotado por S_{xy} , quantidade de movimento y na direção x denotado por S_{yx} e quantidade de movimento y na direção y dado por S_{yy} . Para uma onda incidindo com ângulo α em relação ao vetor normal à praia as quantidades S_{xy} e S_{yx} são dadas por

$$S_{xy} = S_{yx} = \frac{1}{16} \rho g H^2 \cos \alpha_\omega \sin \alpha_\omega (1 + G^*). \quad (5.14)$$

Fazendo um balanço dos fluxos de quantidade de movimento na zona de arrebentação, usa-se uma região de controle de área $\Delta x \Delta y$ (figura 5.4), onde S_{xy} representa a quantidade de movimento y na direção x antes da zona de arrebentação e S_{xy}^{in} é a mesma grandeza, só que dessa vez calculada depois da zona de arrebentação.

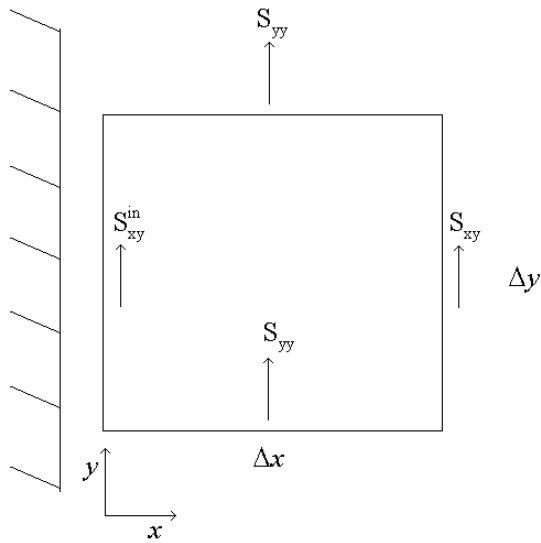


Figura 5.4: Fluxos de Quantidade de Movimento

Fazendo um balanço das forças exercidas nesse volume de controle na direção y associadas a essas tensões tem-se

$$\sum F_y = S_{yy}\Delta xh - S_{yy}\Delta xh + S_{xy}\Delta yh - S_{xy}^{in}\Delta yh, \quad (5.15)$$

onde h é o fundo da praia.

Considerando que depois da zona de arrebentação a energia da onda está quase toda dissipada, então $S_{xy}^{in} = 0$, e finalmente obtém-se

$$\sum F_y = S_{xy}\Delta yh. \quad (5.16)$$

A presença de uma força não nula na direção y causaria uma aceleração no fluido. Essa aceleração não acontece porque essas tensões são igualadas por forças de atrito com o fundo e com isso o escoamento paralelo a costa acontece com velocidade uniforme. A esse movimento do fluido se dá o nome de *corrente longitudinal*.

Pode-se mostrar, usando a expressão para o fluxo de energia das ondas, que fora da zona de arrebentação $\frac{\partial S_{xy}}{\partial x} = 0$ para uma onda progressiva e periódica, logo não há força motriz para corrente longitudinal.

5.3 Taxa de Transporte Longitudinal

A região, em que o material é transportado ao longo da costa, está situada na zona de arrebentação. Normalmente, uma praia é muitas vezes caracterizada pela sua inclinação, o que está relacionado ao tamanho do grão. Tamanhos de grãos maiores geram praias mais íngremes. O material mais fino está mais distante da costa.

A inclinação das praias, através da zona de arrebentação, é uma função da relação da altura da onda e do tamanho dos grãos, (H/D) , que representa a relação das forças das ondas perturbadoras para restaurar as forças de partículas, ou seja,

$$m = 1.8 \left(\frac{H_b}{D_{50}} \right)^{-1/2}, \quad (5.17)$$

sendo H_b a altura da onda no momento em que a onda está quebrando, e D_{50} representa

o tamanho médio dos grãos (Kamphuis et al. 1986).

A taxa de transporte longitudinal de sedimentos pode ser calculada através de uma expressão de transporte de massa ou volume de sedimentos. Esta expressão de massa ou volume relaciona a taxa total de transporte longitudinal de sedimentos para algumas ondas de fácil mensuração e parâmetros da praia.

A equação utilizada neste trabalho será a desenvolvida em Kamphuis (1991) que provém de uma expressão que inclui os efeitos do período de onda, inclinação da praia e o tamanho dos grãos.

Uma ferramenta comum para prever a taxa total do transporte de deriva litorânea é a Fórmula CERC (5.18) que foi desenvolvida *Coastal Engineering Research Center* das forças armadas norte-americanas. O modelo é baseado na suposição de que a taxa total de transporte de sedimentos é proporcional ao fluxo de energia litorânea. Sua forma é:

$$I_s = K P_{asb} \quad (5.18)$$

com

$$P_{asb} = \frac{1}{16} \frac{\rho g^{3/2}}{\gamma_{sb}^{1/2}} H_{sb}^{5/2} \sin 2\alpha_b \quad (5.19)$$

onde K é o coeficiente de proporcionalidade e é assumido como constante, $\gamma = H_{sb}/h_{sb}$ é o índice de arrebentação dependente da altura da onda e da profundidade da onda no início da arrebentação e P_{asb} é o fluxo médio de energia paralelo à praia.

Vários valores empíricos já foram propostos para o coeficiente K para a calibração da equação (5.18). A maioria dos dados disponíveis para ajuste de fórmulas empíricas de transporte litorâneo de sedimentos foram obtidos a partir de medições de campo. Estas medições de campo na zona de arrebentação são extremamente raras e difíceis, o que pode levar a grandes incertezas.

Dados de laboratório têm sido amplamente utilizados nos ajustes das fórmulas de transporte de sedimentos, principalmente porque normalmente são usadas pequenas escalas e na medida em que o experimento é controlável e repetível, os resultados devem ser mais precisos do que os dados de campo.

No entanto, Kamphuis (2002) constatou que os experimentos, realizados com um modelo de pequena escala, tinha pouco efeito, mas as incertezas eram menores do que o de resultados de campo. Kamphuis (1991) desenvolveu uma relação para estimar as taxas de transporte longitudinal de sedimentos baseada principalmente em experiências com modelos físicos.

O ponto de partida foi estabelecer uma relação funcional entre os parâmetros que envolvem a onda, o fluido, os sedimentos e o perfil da praia. Devido ao grande número de parâmetros foi realizado um agrupamento segundo seus efeitos, usando a técnica de análise dimensional.

O índice de quebra da onda e o termo que contém a viscosidade não foram levados em consideração, os termos que contém coordenadas espaciais foram eliminados, pois os parâmetros geométricos e a escala temporal são irrelevantes no desenvolvimento de uma expressão global para o transporte de sedimentos na zona de arrebentação. Somente a combinação areia-água foi utilizada.

A equação da taxa de transporte longitudinal de sedimentos proposta por Kamphuis (1991) é dada por

$$\frac{Q_s}{\rho H_{sb}^3 / T_{op}} = 1.3 \cdot 10^{-3} \left(\frac{H_{sb}}{L_{op}} \right)^{-1.25} m_b^{0.75} \left(\frac{H_{sb}}{D_{50}} \right)^{0.25} \text{sen}^{0.6} 2\alpha_b, \quad (5.20)$$

onde

Q_s : taxa de transporte.

H_{sb} : altura da onda no início da arrebentação.

T_{op} : período de pico da onda.

L_{op} : comprimento de onda em águas profundas, relacionada com a frequência de pico.

Manipulando algebricamente a equação (5.20), chega-se a

$$Q_s = 2.27 H_{sb}^2 T_{op}^{1.5} m_b^{0.75} D^{-0.25} \text{sen}^{0.6} 2\alpha_b, \quad (5.21)$$

onde Q_s está em kg/s , ou

$$Q_k = 6.4 \cdot 10^4 H_{sb}^2 T_{op}^{1.5} m_b^{0.75} D^{-0.25} \sin^{0.6} 2\alpha_b, \quad (5.22)$$

agora com Q_k estando em m^3/ano , que representa a taxa de transporte do potencial de volume de sedimentos pela fórmula de Kamphuis, que pode ser definida como a quantidade de sedimento, por unidade de tempo, que passa através de um plano perpendicular à direção do fluxo.

Capítulo 6

Transporte de Sedimentos na Costa do Paraná

Para o cálculo do transporte de sedimentos usando a fórmula de Kamphuis (5.22) é necessário conhecer o campo de ondas que chega à costa. Observando a propagação de ondas a uma escala mais global, o clima de ondas incidente ao longo da costa de Santa Catarina, local onde foi feita a coleta dos dados, será considerado similar ao clima de ondas que incide ao longo da costa do Estado do Paraná, tornando possível que as ondas sejam transportadas do local de coleta dos dados e propagandas para a zona de arrebentação.

A região em que será feita a análise do transporte de sedimentos está compreendida entre a praia de Matinhos e Pontal do Paraná, e que será referida neste trabalho como sendo Matinhos para facilitar a citação quando necessária.

Os dados de onda utilizados para o cálculo do transporte de sedimentos foram cedidos pelo PIC - Programa de Informação Costeira da Universidade Federal de Santa Catarina.

6.1 Caracterização da Área de Estudo

A costa do Estado do Paraná, ($25^{\circ}12'44''S - 48^{\circ}01'15''W$ e $25^{\circ}58'38''S - 48^{\circ}35'26''W$) (figura 6.1), estende-se por aproximadamente 100 *km* na direção *NE-SW*. Ao sul, localiza-se a baía de Guaratuba ($25^{\circ}52'S, 48^{\circ}38'W$) e ao norte o Complexo Estuarino de Paranaguá - CEP ($25^{\circ}00'S$ e $25^{\circ}35'S, 48^{\circ}15'W$ e $48^{\circ}50'W$). Constitui um dos menores litorais entre os estados litorâneos do Brasil. Apesar disso, se forem consideradas as reentrâncias, estuários e ilhas esta linha de costa ultrapassa os 1.675 *km*, a qual pode ser classificada

entre costa estuarina, costa oceânica e de desembocadura (Angulo & Araújo, 1996).

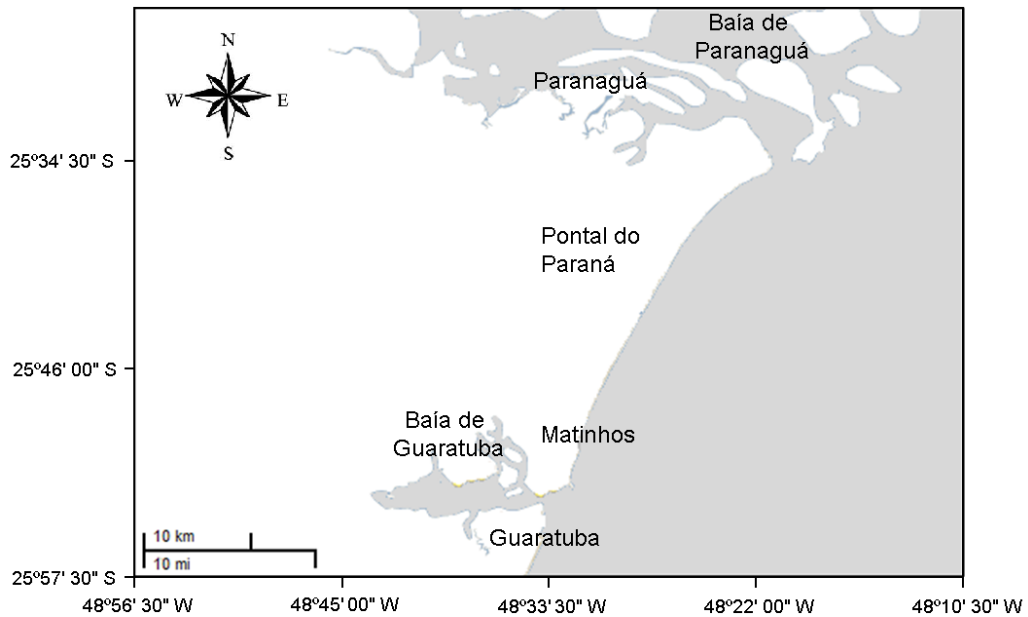


Figura 6.1: Região da praia de Matinhos

Suas praias são predominantemente arenosas, interrompida apenas por alguns pontais rochosos e pelas desembocaduras das baías de Guaratuba e de Paranaguá, composta principalmente por sedimentos marinhos de areias finas a muito finas, constituindo feixes de cordões litorâneos (linha definida pelo limite entre o mar e a terra e que varia com as marés) orientados paralelamente à linha de costa atual no sentido sudoeste-nordeste (Angulo, 1992).

Os ventos, que são os principais agentes que formam a onda, na região Sul do Brasil são considerados os sistemas frontais, que se propagam de sudoeste para nordeste ao longo da costa, com periodicidade de 6 a 7 passagens num período de 30 dias, e maior ocorrência de frentes frias no inverno (Oliveira, 1986). O regime de marés, nas costas oceânicas do Paraná, são de pequena amplitude e consideradas secundárias em relação às variações do nível do mar associadas às forçantes meteorológicas. Dados do DHN (Diretoria de Hidrografia e Navegação) revela uma amplitude média das marés inferior a 1,5 m, que pode ser classificada como micromaré (Lisniewski, 2009).

A região em que será aplicado e analisado o transporte de sedimento será a praia de Matinhos, que situa-se próximo à Baía de Guaratuba, sendo uma região classificada como de mar aberto, costas voltadas para mar aberto e que não apresenta influência significativa das desembocaduras estuarinas (figura 6.1). Essa região vem apresentando problemas de

erosão fazendo com que a praia diminua gradativamente, devido a ação natural do mar que avança sobre as ruas e calçadas, causando uma série de problemas sociais e ambientais. Além da ação natural do mar, a mudança da morfologia da praia também pode ocorrer devido à ação do homem.

No balneário Atami, que localiza-se nas adjacências da desembocadura sul do complexo estuarino de Paranaguá, um fator importante que pode influenciar a dinâmica sedimentar desta zona é a interferência através da fixação de um canal entre os anos de 1954 e 1965 (figura 6.2). Este canal foi construído para facilitar a saída de embarcações em Pontal do Sul (aproximadamente 2 *km* do balneário Atami), mas provocou um efeito de molhe hidráulico, interceptando a deriva (Lisniewski, 2009).



Figura 6.2: Localização do balneário Atami. Fonte: Lisniewski, 2009

Os esporões arenosos migravam em direção ao interior da baía de Paranaguá e após a construção houve um desaparecimento dos esporões e recuo da linha de costa na área interior da baía, de aproximadamente 150 m, enquanto a área de Pontal do Sul apresentou intensa sedimentação (Angulo, 1993).

No balneário de Praia Brava, que localiza-se no município de Matinhos, aparecem problemas de erosão desde a ocupação e empreendimentos na orla na década de 70. Na parte central da praia foi feito um aterramento para que uma estrada beira-mar fosse construída, a qual tem uma configuração reta ao longo da praia, sem considerar a natural

curvatura geomorfológica existente (Angulo, 1984). Em 1983, duas obras de contenção foram colocadas obliquamente à linha de costa com objetivo de acumular sedimentos e conter a erosão, protegendo as propriedades próximas à beira mar (figura 6.3), (Lisniowski, 2009).



Figura 6.3: Balneário de praia Brava e os espigões colocados na praia em 1983. Fonte: Lisniowski, 2009

Esses espigões foram rapidamente enterrados pelo acúmulo de areia, indicando como a dinâmica na praia é intensa (figura 6.4).



Figura 6.4: Balneário de praia Brava no ano 2007. Fonte: Lisniowski, 2009

Outro projeto foi elaborado, onde sistemas de muros de gabião foram usados para proteger uma região de 750 m, nas partes sul e central da praia, devido a uma forte ressaca que ocorreu em 1985. Outros espigões foram colocados na praia, na tentativa de acelerar a deposição e fixar um canal de descarga pluvial.

Os esforços para conter a erosão estabeleceram uma linha de costa distinta, impedindo à praia de assumir sua configuração natural, então essa costa não pode ser considerada estável. Nas praias que não houve nenhum tipo de intervenção, não há evidências de processos erosivos, sendo que essas praias apresentam um balanço natural de sedimentos (Angulo, 1996).

6.2 Clima de Ondas

As ondas que incidem no litoral paranaense foram apresentadas e analisadas por Bandeiras (1974) e posteriormente por Homsí (1978). O INPH (Instituto Nacional de Pesquisas Hidroviárias) efetuou registros de ondas ao largo da baía de Paranaguá entre abril de 1972 a março de 1973 utilizando um ondógrafo a ultra-som. O período de onda variou de 3 a 10 segundos, sendo o mais freqüente durante o ano o período de 6s, a altura significativa anual mais frequente foi de 0,8 metros. Novas medições foram realizadas de setembro de 1982 a agosto de 1983, também pelo INPH, e os dados apresentavam uma direção predominante de $E - SE$, a altura máxima de ondas variando de 1,10 a 1,60 metros, a altura significativa de 0,5 a 1,0 metros, predominam ondas com período de 6 a 9 segundos, sendo as mais frequentes ondas com período de 3 a 6 segundos.

Os parâmetros de onda (período, altura significativa e direção) usados neste trabalho para o cálculo do transporte de sedimentos foram coletados por meio de instrumentos que possibilitam monitorar a temperatura da água e o deslocamento do equipamento. Estes equipamentos foram instalados a 35 km de Santa Catarina e fica num local com 80 m de profundidade (figura 6.5).

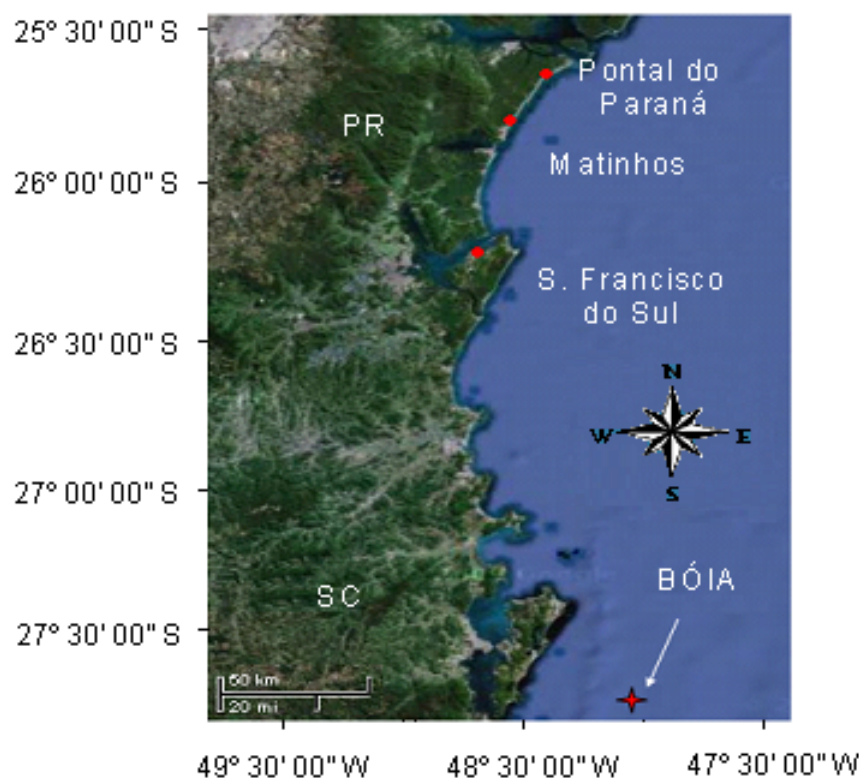


Figura 6.5: Localização da boia que mede os parâmetros de onda

Este ondógrafo mediu durante 5 anos (2002 – 2006), a direção de incidência, o período e a altura das ondas em intervalos de 30 minutos. Os dados de ondas foram separados em dois anos fictícios, onde algumas informações tiveram que ser ajustadas, devido às frequentes falhas do ondógrafo. As ondas também foram separadas pela sua direção de incidência em cada ano: as que causariam um transporte de sedimentos resultante para norte das que causariam para sul.

Dentro de cada ano fictício, as ondas foram separadas em grupos por Minucci (2010), usando métodos de agrupamentos (que são métodos estatísticos destinados a dividir em subconjuntos um conjunto de dados observados). A partir da comparação de todos os dados existentes de uma amostra, um por um, a análise de agrupamento é capaz de resumí-los de modo que, nem a expressividade, nem a significância do conjunto de dados sejam perdidas.

A formação de cada grupos é determinada pela similaridade ou não dos elementos analisados na amostra. Um dos métodos utilizados para se avaliar esta similaridade é a proximidade ou não dos objetos da amostra, por meio do cálculo das distâncias entre

eles. As distâncias podem ser calculadas utilizando os seguintes métodos : distâncias Euclidiana, Euclidiana Padronizada e Mahalanobis, e também as funções City-Block e de Correlação.

- Distância Euclideana : é a distância entre dois pontos, que pode ser provada pela aplicação repetida do teorema de Pitágoras, a partir das coordenadas do objeto. Para pontos bidimensionais, tem-se

$$d_{rs} = \sqrt{(x_r - x_s)(x_r - x_s)'} \quad (6.1)$$

onde os índices r e s representam os objetos dos quais a distância está sendo calculada, x_r e x_s os elementos de cada objeto e $()'$ é o símbolo de transposição de uma matriz.

- Distância Euclidiana Padronizada : executa-se uma padronização dos dados para adimensionaliza-los, de modo que fiquem em uma escala da mesma ordem de grandeza, para após aplicar a distância Euclidiana. A distância euclidiana passa a ser a soma dos desvios padronizados e a expressão pode ser escrita da seguinte forma

$$d_{rs} = \sqrt{(x_r - x_s)D^{-1}(x_r - x_s)'} \quad (6.2)$$

onde D é a matriz com elementos em diagonal dados pela variância de seus valores sobre todos os elementos da amostra.

- Distância de Mahalanobis : executa a padronização dos dados em uma escala em termos de desvio padrão e também soma a variância e covariância acumulada dentro de cada grupo, ajustando as intercorrelações entre as variáveis. Sua forma é

$$d_{rs} = \sqrt{(x_r - x_s)V^{-1}(x_r - x_s)'} \quad (6.3)$$

onde V é uma matriz diagonal com o valor da covariância sobre todos os elementos da

amostra.

- Função City-Block : é a soma das diferenças absolutas das variáveis.

$$d_{rs} = \sum_{j=1}^n |x_{rj} - x_{sj}| \quad (6.4)$$

- Função de Correlação : os dados são tratados como sequência de valores e trabalhados um por um, calculando-se sua média aritmética. Para o cálculo utiliza-se a correlação linear

$$d_{rs} = \sqrt{1 - \frac{(x_r - \bar{x}_r)(x_s - \bar{x}_s)'}{[(x_r - \bar{x}_r)(x_r - \bar{x}_r)']^{0,5} [(x_s - \bar{x}_s)(x_s - \bar{x}_s)']^{0,5}}} \quad (6.5)$$

A partir das distâncias medidas entre todos os objetos de uma amostra, os pares com menores distâncias são ligados de modo a formar grupos, estes que novamente são interligados com outros formando novos grupos, tudo em um procedimento hierárquico. Entre os algoritmos que fazem essa ligação estão: Método da Média, de Ward, e Ponderada.

- Ligação Média : o resultado desse método mostra agrupamentos com uma pequena variação interna e tende a produzir grupos com variâncias similares.

$$d(r, s) = \frac{1}{n_r n_s} \sum_{i=1}^{n_r} \sum_{j=1}^{n_s} dist(x_{ri}, x_{sj}) \quad (6.6)$$

onde n_r e n_s denotam o número de elementos dos grupos r e s e o termo $dist()$ a distância dos elementos nele contido.

- Ligação de Ward : esse método prioriza o número de elementos de cada grupo, ou seja, eles acabam tendo quase sempre números de dados parecidos, sendo definida por

$$d(r, s) = \sqrt{n_r n_s \frac{\|\bar{x}_r - \bar{x}_s\|_2^2}{(n_r + n_s)}} \quad (6.7)$$

onde $\|\cdot\|_2$ é a distância euclideana, e $\bar{x}_r - \bar{x}_s$ são os centróides dos grupos r e s , respectivamente.

- **Ligação Ponderada** : é a distância média ponderada entre dois grupos, levando em conta o número de elementos de cada um. Primeiramente o grupo irá conter dois elementos, mas a medida que o algoritmo vai se desenvolvendo, o número de elementos vai aumentando de forma que essa ponderação se torne mais efetiva.

Minucci (2010) concluiu que o melhor algoritmo matemático de agrupamento utilizado, que totalizou o menor somatório de erro no transporte final de sedimentos com 24 % de erro total (tabela 6.1), foi o da distância Euclideana Padronizada seguido do método da Ligação Ponderada, resumindo todos os dados (≈ 8 mil) em 3 e 4 ondas.

	ligação média	ligação ponderada	ligação de ward
distância euclidiana	29		
distância padronizada		24	
função de correlação	42		
função de city-block	36		
distância de mahalanobis			30

Tabela 6.1: Somatório dos menores erros em porcentagem (Minucci, 2010)

Primeiramente os dados de ondas foram coletados de meia em meia hora e então reunidas em dois anos fictícios, como já foi comentado. Os dados de onda do ano fictício 1 apresentam as seguintes características: a amplitude está compreendida entre o valor máximo de 4,29 m e mínimo de 0,56 m respectivamente (figura 6.6). O ângulo, em relação à normal à praia, está compreendido entre -104° (aproximadamente 52% que

representam as ondas que transportam para o norte) e 120° (aproximadamente 48% que representa as ondas que transportam para o sul).

Para conseguir efetuar os cálculos e a previsão do campo de ondas que chega à costa, foi necessário fazer um ajuste nos ângulos de incidência das ondas no início da propagação: nas ondas que tinham os ângulos de incidência, em módulo, maiores que 60° substituiu-se o ângulo para 60° , mantendo o período e amplitude desta onda modificada (figura 6.8). Isto deve-se ao fato de que a equação utilizada é parabólica, e o erro que se obtém com ângulos elevados é muito grande, sendo preferível ajustar o ângulo para um valor menor e obtendo assim um resultado mais adequado.

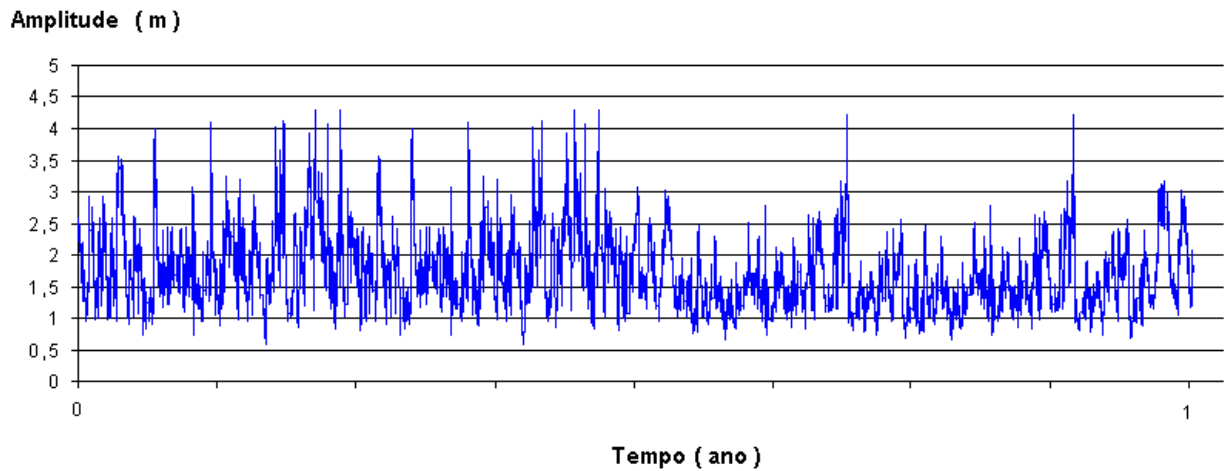


Figura 6.6: Variação da amplitude para o ano fictício 1

Para o ano fictício 2 a amplitude está compreendida entre o valor máximo de 4,41 *m* e mínimo de 0,59 *m* respectivamente (figura 6.7). Da mesma maneira que foi feito no ano 1, o ângulo de incidência da onda com a normal também foi modificado no ano 2 (aproximadamente 60% são ondas que transportam para o norte e 40% são ondas que transportam para o sul).

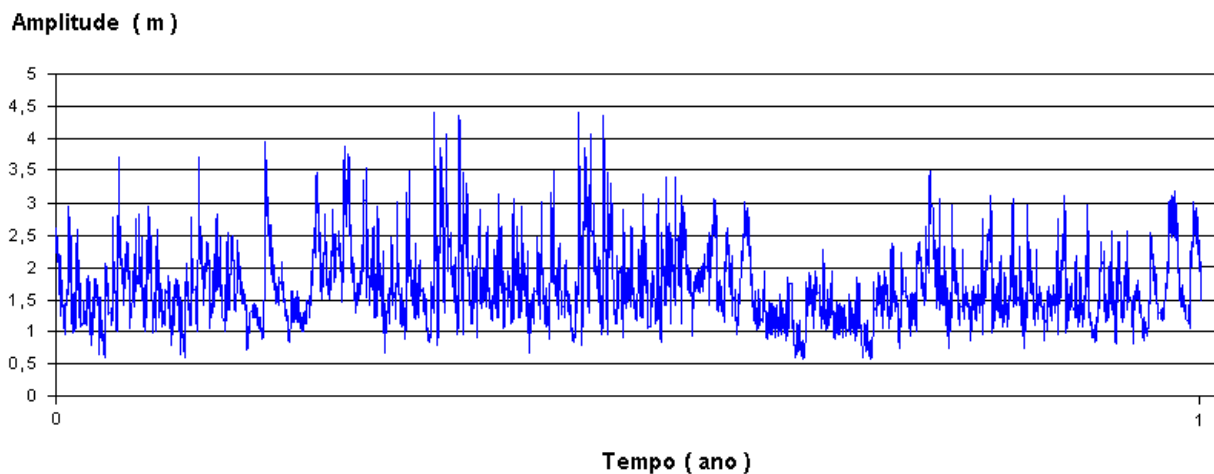


Figura 6.7: Variação da amplitude para o ano fictício 2

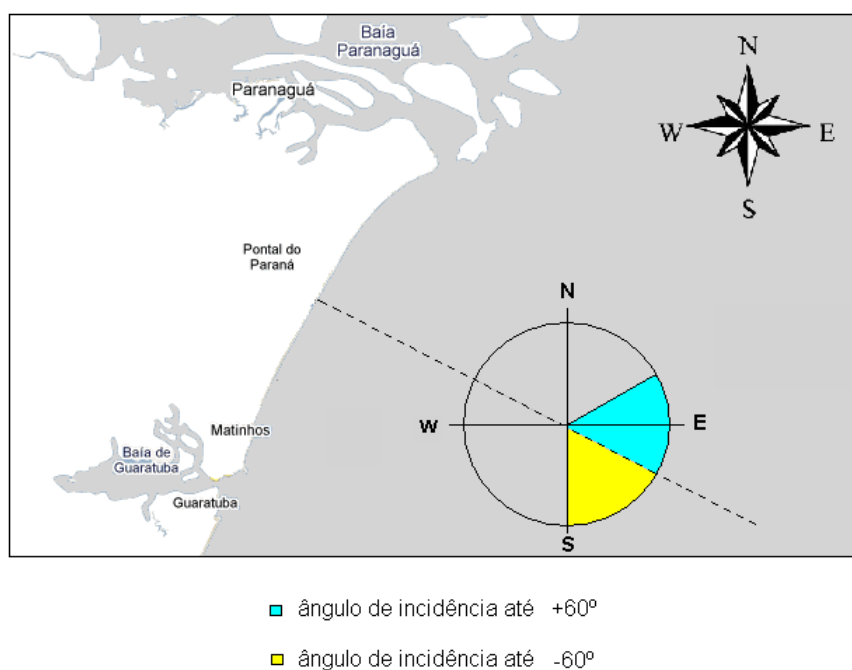


Figura 6.8: Variação do ângulo modificado para o ano fictício 1

Para as ondas que foram separadas em grupos, dentro de cada ano fictício, as tabelas (6.2), (6.3), (6.4) e (6.5) mostram as características de cada grupo encontradas por Minucci (2010).

ANO 1 Norte

		ÂNGULO (°)	AMPLITUDE (m)	PERÍODO (s)	TOTAL (%)
<i>GRUPO</i>	1	23,57	2,02	9,76	28,2
<i>GRUPO</i>	2	37,74	2,09	13,01	31,8
<i>GRUPO</i>	3	29,44	1,40	9,10	39,8
<i>GRUPO</i>	4	5,94	4,04	10	0,2

Tabela 6.2: Característica de onda de cada grupo

ANO 1 Sul

		ÂNGULO (°)	AMPLITUDE (m)	PERÍODO (s)	TOTAL (%)
<i>GRUPO</i>	5	61,1	1,18	5,56	9,3
<i>GRUPO</i>	6	33,35	1,46	8,07	80,5
<i>GRUPO</i>	7	28,08	2,61	9,83	10,2

Tabela 6.3: Característica de onda de cada grupo

ANO 2 Norte

		ÂNGULO (°)	AMPLITUDE (m)	PERÍODO (s)	TOTAL (%)
<i>GRUPO</i>	1	25,51	1,26	11,32	26,7
<i>GRUPO</i>	2	33,58	1,62	9,42	39,9
<i>GRUPO</i>	3	28,83	2,16	11,97	33,4

Tabela 6.4: Característica de onda de cada grupo

ANO 2 Sul

		ÂNGULO (°)	AMPLITUDE (m)	PERÍODO (s)	TOTAL (%)
<i>GRUPO</i>	4	1,73	2,87	14,65	0,1
<i>GRUPO</i>	5	16,59	1,74	9,1	41,2
<i>GRUPO</i>	6	46,91	1,46	7,4	58,7

Tabela 6.5: Característica de onda de cada grupo

O cálculo do transporte de sedimentos na praia de Matinhos foi realizado usando os dados de ondas que estão separados em ondas que transportam para o norte e ondas que

transportam para o sul, nos dois anos fictícios, e os dados de onda que estão separados por grupos.

6.3 Pontos de Análise

Para a obtenção de melhores resultados, utilizando o programa REF/DIF1, é aconselhável que a praia esteja aproximadamente paralela ao eixo y da malha. Sabe-se que a região costeira do Paraná forma com o eixo norte um ângulo de aproximadamente 30° . Por essa razão na execução do modelo foi necessária uma rotação de 120° na matriz representante da batimetria, ficando assim a malha adequada ao programa.

O domínio da região de estudo é formado por um quadrado com 30 km de comprimento e 30 km de largura (figura 6.9). A malha construída para este domínio possui 100 pontos na direção y e 600 pontos na direção x com o espaçamento $\Delta x = 50\text{ m}$ e $\Delta y = 300\text{ m}$.



Figura 6.9: Domínio da malha

Os cálculos foram executados para dez pontos ao longo da costa. Estes pontos são equidistantes entre si na direção y e encontram-se dispostos na região central do eixo y na malha. No eixo x o ponto é determinado no momento em que a onda começa a quebrar,

variando de uma onda para outra. A profundidade local do ponto de controle no momento da arrebentação da onda teve uma variação de 1 à 4 metros para as ondas incidentes nos dez pontos de análise.

Esta região de execução para os cálculos, em relação ao eixo y , foi escolhida para que as informações de onda não sofram interferência dos limites laterais da malha, que pode afetar o campo de ondas significativamente e assim fornecer um resultado inadequado. A figura (6.10) indica a região onde encontra-se os dez pontos no qual foram executados os cálculos do transporte de sedimentos.



Figura 6.10: Região dos dez pontos escolhidos para execução dos cálculos

Na execução do modelo para o cálculo do campo de ondas que incide na costa foi utilizado o código REF/DIF1 versão 2.6 de James T. Kirby, Robert A. Dalrymple e Fengyan Shi e foram usado dados de aproximadamente 32.000 ondas. Para o caso de uma onda com amplitude de $1,0279\text{ m}$, ângulo de incidência no início da propagação igual a $-14,38^\circ$ e um período de $10,526\text{ s}$, foram obtidos os seguintes dados de onda para um ponto de análise P junto à costa:

- ponto no eixo $y = 50$
- ponto no eixo $x = 588$
- altura da onda no início da arrebentação $H_b = 1,5314 \text{ m}$
- ângulo no início da arrebentação $\alpha_b = -0,2997^\circ$
- profundidade no início da arrebentação $h_{sb} = 2,1832 \text{ m}$

No eixo y , foi escolhido o ponto central da malha, já no eixo x o ponto de análise é aquele em que a onda começa a quebrar e para essa onda o ponto é 588 na malha. Como o espaçamento entre os pontos é de 50 m , então a onda começou a quebrar a uma distância de aproximadamente 300 metros da praia e a profundidade local neste ponto é de 2,18 m . O ângulo de incidência no início da propagação ($-14,38^\circ$) e o ângulo no momento da quebra da onda ($-0,2997^\circ$) tem um valor negativo, significando uma onda propagando-se para o norte.

6.4 Resultados e Discussões

Para a avaliação do transporte de sedimentos foi seguido o seguinte esquema (figura 6.11): utilizou-se o programa REF/DIF1 com os dados de entrada necessários que são a batimetria local e os dados de ondas (dados de ondas de dois anos medidos de meia em meia hora e dados de ondas de dois anos agrupados estatisticamente).

Após a execução do modelo, obtém-se os arquivos de saída do programa REF/DIF1 com os resultados dos parâmetros de ondas na arrebentação (altura significativa e ângulo), para então serem utilizados na fórmula de Kamphuis. Finalmente é concluído com os resultados do cálculo do transporte de sedimento, através da fórmula de Kamphuis, sendo definido que o transporte positivo indica o transporte de sedimentos para Norte e o transporte negativo indica o transporte de sedimentos para Sul.

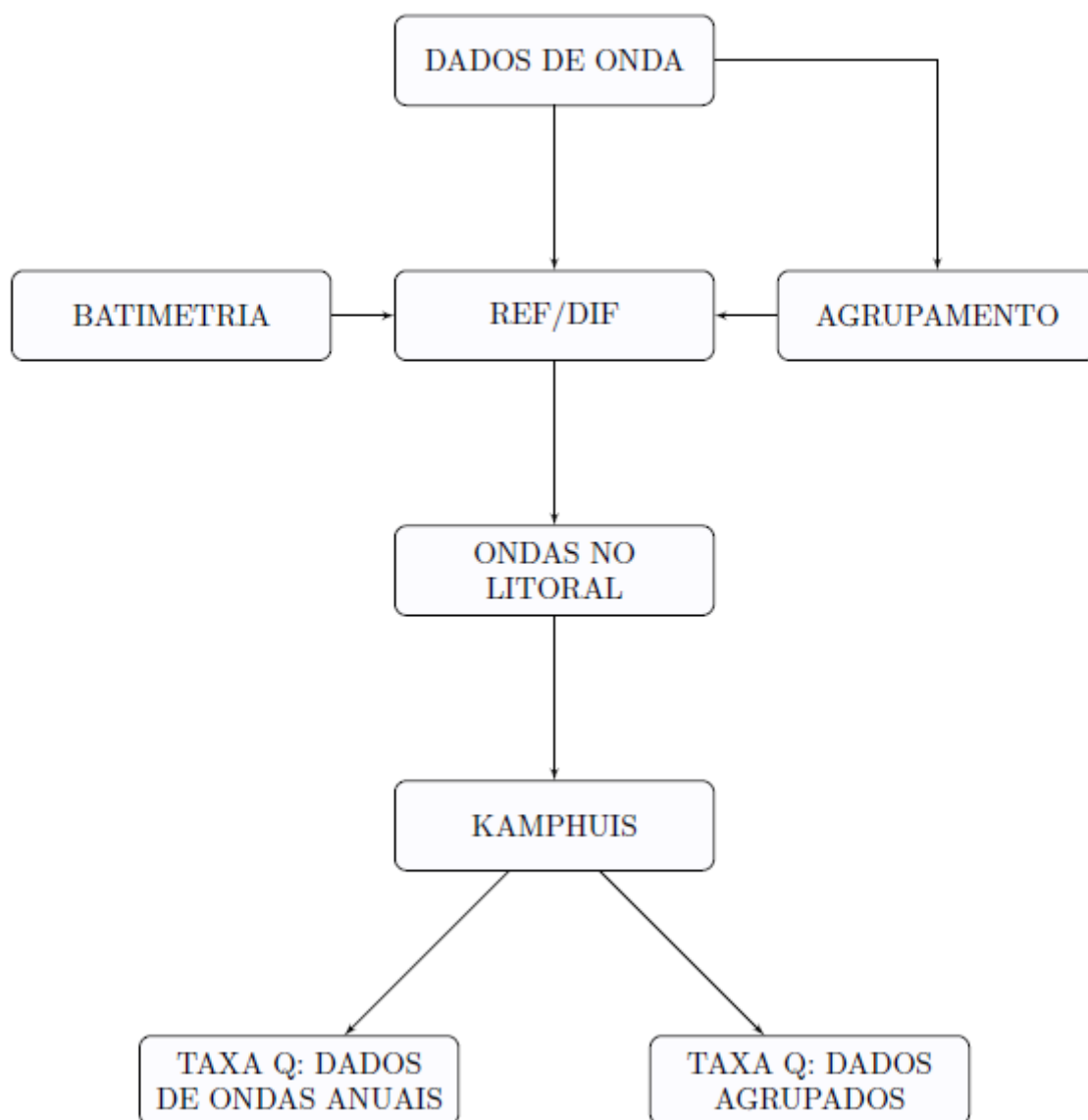


Figura 6.11: Representação esquemática para o cálculo do transporte de sedimento

Para cada onda foi executado o cálculo da quantidade de transporte de sedimentos que causaria em meia hora. Fazendo a soma de todos os resultados dos transportes de sedimentos calculados dos dados de ondas de um ano, obteve-se o transporte de sedimento durante o ano. Os resultados obtidos para o transporte de sedimentos para o ano 1 e o ano 2, separados em ondas que transportam para o norte e ondas que transportam para o sul, nestes dez pontos ao longo da costa apresentam-se nas tabelas (6.6) e (6.7) em m^3/ano .

ANO 1

	NORTE (+)	SUL (-)	TOTAL
P_1	1.395.164	900.480	494.684
P_2	1.449.971	981.989	467.982
P_3	1.313.970	1.057.382	256.588
P_4	1.331.186	1.053.093	278.093
P_5	1.366.587	1.199.594	166.993
P_6	1.451.014	1.225.317	225.697
P_7	1.564.203	1.306.071	258.132
P_8	1.534.962	1.338.873	196.089
P_9	1.687.681	1.232.872	454.809
P_{10}	1.685.016	1.282.368	402.648

Tabela 6.6: Transporte de sedimentos para o ano fictício 1 em m^3/ano

ANO 2

	NORTE (+)	SUL (-)	TOTAL
P_1	1.666.692	889.537	777.155
P_2	1.678.256	948.162	730.094
P_3	1.554.818	1.087.175	467.643
P_4	1.585.940	1.037.353	548.587
P_5	1.624.865	1.144.770	480.095
P_6	1.762.731	1.153.937	608.794
P_7	1.851.329	1.226.660	624.669
P_8	1.809.514	1.317.150	492.364
P_9	1.910.044	1.289.275	620.769
P_{10}	1.958.932	1.320.234	638.698

Tabela 6.7: Transporte de sedimentos para o ano fictício 2 em m^3/ano

Os resultados podem ser observados nas figuras (6.12) e (6.13) que representa o trans-

portes de sedimentos para o norte e para o sul nos anos fictícios 1 e 2 para cada ponto P . Na figura (6.14) tem-se o gráfico do transporte total de sedimentos.

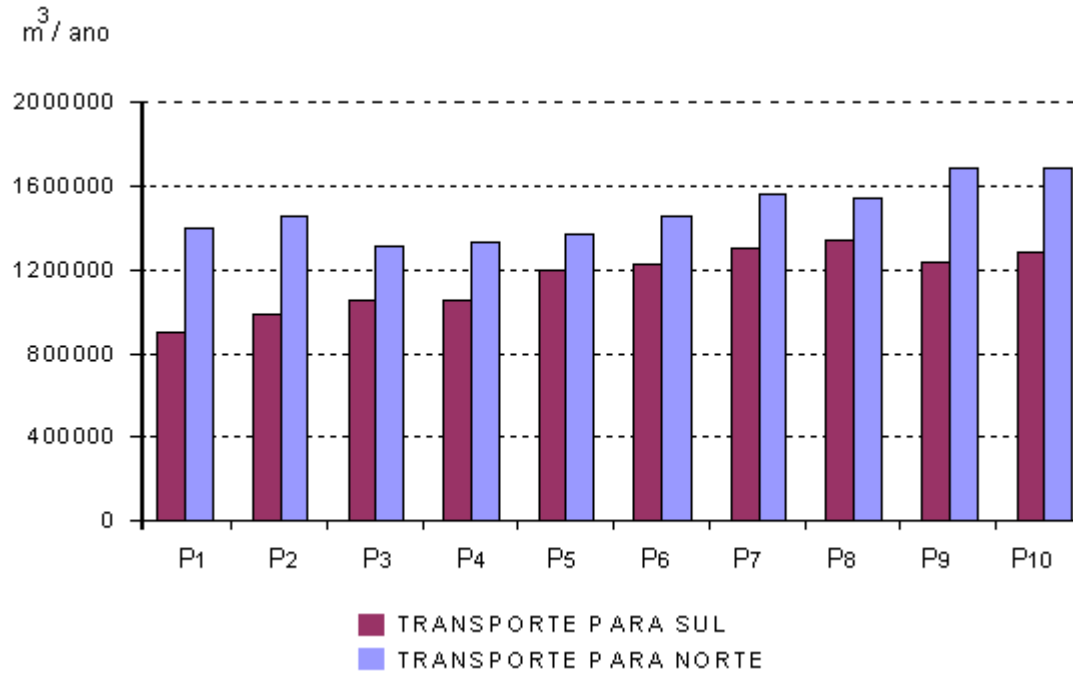


Figura 6.12: Transporte de sedimentos para o ano 1

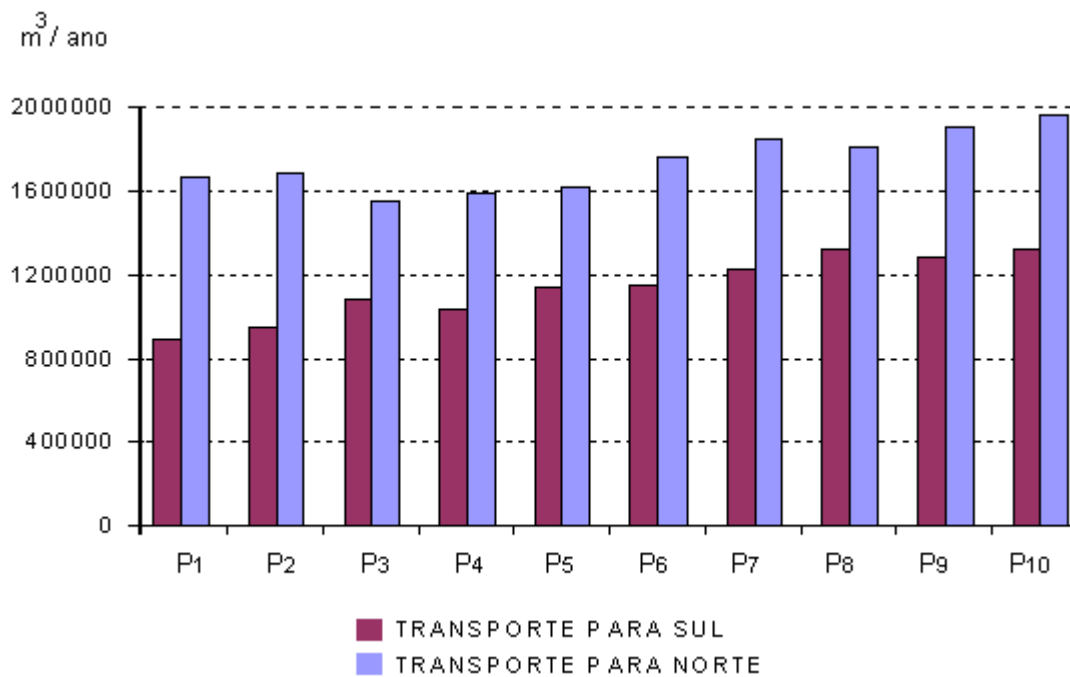


Figura 6.13: Transporte de sedimentos para o ano 2

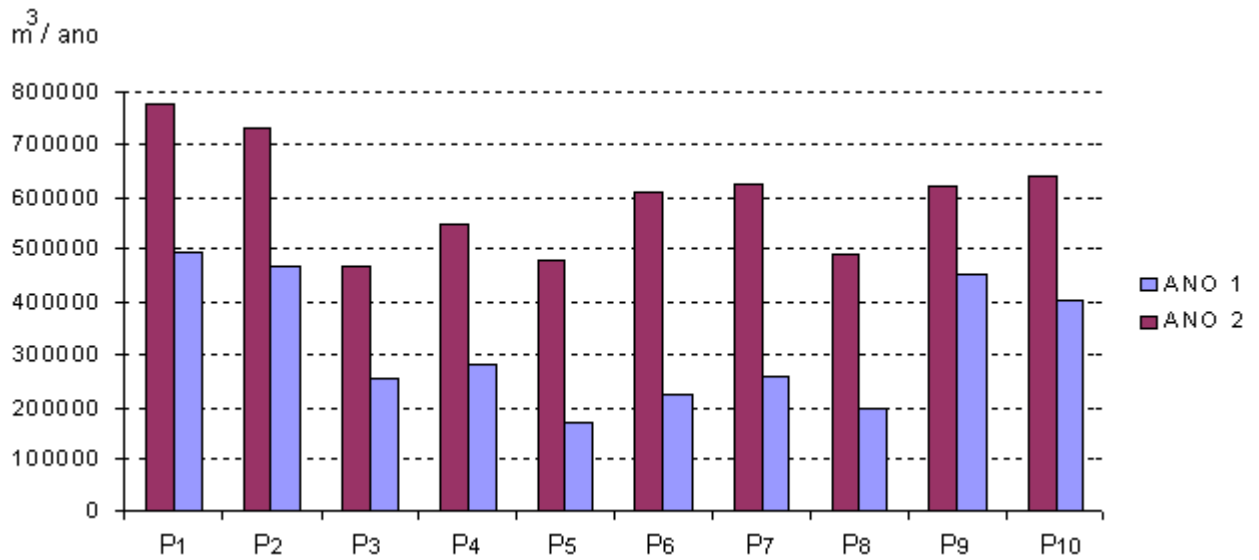


Figura 6.14: Transporte total de sedimentos para os ano 1 e 2

De acordo com os resultados obtidos (tabela 6.6 e 6.7), pode-se observar que para o ano fictício 1 e 2 houve uma redução do transporte total de sedimentos para os pontos centrais e também uma maior quantidade de transporte de sedimentos para o norte no ano fictício 2 devido a maior quantidade de ondas propagantes para o norte.

Fazendo uma média entre os valores obtidos no transporte total, para os anos 1 e 2, encontra-se os valores do transporte de sedimentos ao longo da costa (tabela 6.8):

	MÉDIA (m^3/ano)
ANO 1	320.171
ANO 2	598.887

Tabela 6.8: Média do transporte de sedimentos para os anos fictício 1 e 2

Os resultados para o transporte de sedimentos, para os dados de onda que estão separados por grupos, para os dez pontos ao longo da costa apresentam-se nas tabelas (6.9) e (6.10) em m^3/ano .

ANO 1

	MÉDIA (m^3/ano)
<i>GRUPO</i> 1	468.479
<i>GRUPO</i> 2	215.583
<i>GRUPO</i> 3	243.950
<i>GRUPO</i> 4	3.280
<i>GRUPO</i> 5	-12.147
<i>GRUPO</i> 6	-262.635
<i>GRUPO</i> 7	-103.191

Tabela 6.9: Transporte de sedimentos para dados de ondas separados por grupo

ANO 2

	MÉDIA (m^3/ano)
<i>GRUPO</i> 1	352.995
<i>GRUPO</i> 2	540.512
<i>GRUPO</i> 3	498.503
<i>GRUPO</i> 4	-1.661
<i>GRUPO</i> 5	-530.053
<i>GRUPO</i> 6	-308.057

Tabela 6.10: Transporte de sedimentos para dados de ondas separados por grupo

De acordo com os resultados obtidos (tabelas 6.9 e 6.10), onde está sendo apresentada a média de cada grupo nos dez pontos de análise, pode-se notar que o valor do transporte de sedimentos referente ao grupo 4 no ano 1 possui um valor pequeno se comparado com os outros resultados. Isso deve-se ao fato que o ângulo com que a onda forma com a normal à praia é um valor pequeno. O mesmo acontece com o grupo 4 no ano 2.

Nas figuras (6.15) e (6.16) estes resultados estão dispostos em forma de gráfico, para uma melhor interpretação.

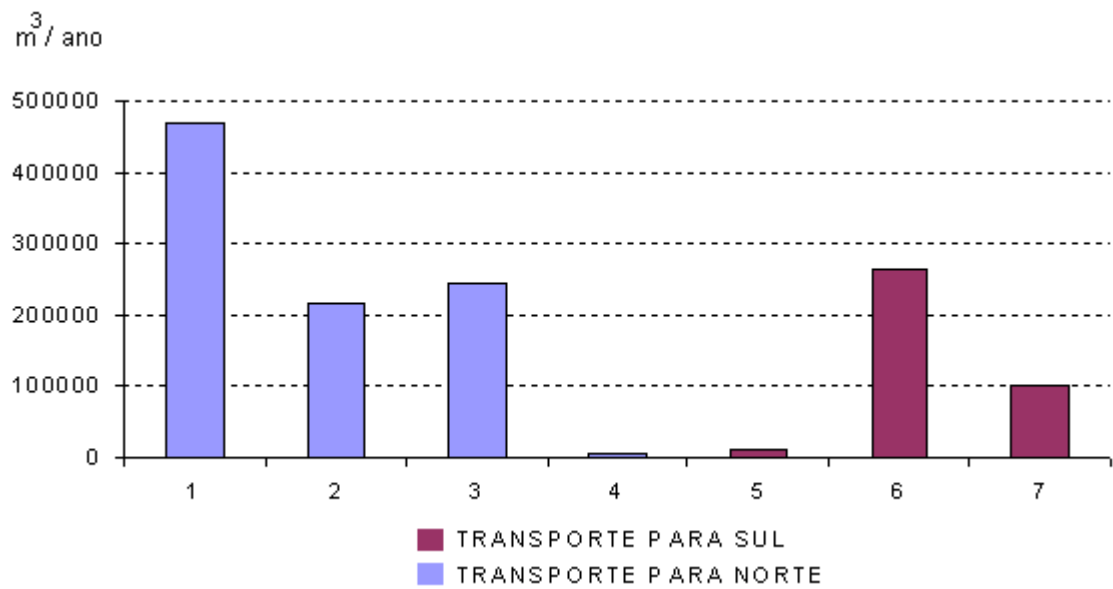


Figura 6.15: Média do transporte de sedimentos para cada grupo das ondas separadas por grupos para o ano 1

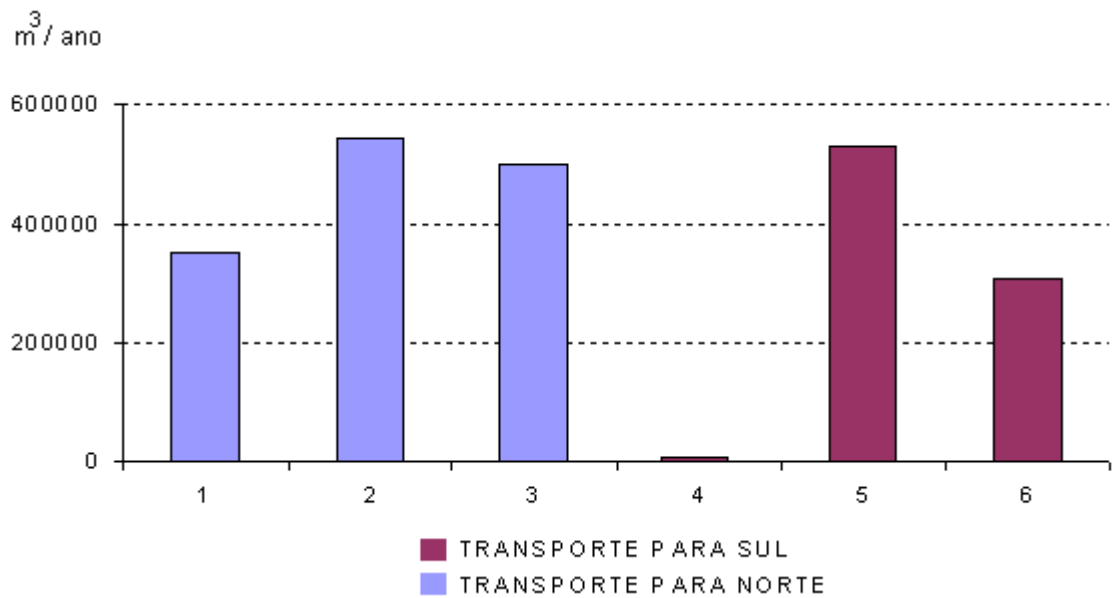


Figura 6.16: Média do transporte de sedimentos para cada grupo das ondas separadas por grupos para o ano 2

	MÉDIA (m^3/ano)
ANO 1	553.319
ANO 2	552.240

Tabela 6.11: Média do transporte de sedimentos para as ondas separadas por grupos para os anos fictício 1 e 2

As ondas que foram separadas pelo método estatístico apresentaram resultados muito próximos em relação a média nos dez pontos de medição.

Para que se possa fazer uma comparação entre os resultados obtidos nesse trabalho e os resultados encontrados por outros autores, deve-se levar em conta que os pontos (regiões de análise para o transporte de sedimentos) usados para os cálculos ao longo da costa são diferentes, assim como o modelo utilizado para o cálculo, o que leva a resultados diferentes. Mas pode-se constatar que os resultados estão em conformidade: apresentam uma tendência de transporte de sedimentos da região sul para norte.

Wosiacki (2009), em seu trabalho, calculou o transporte de sedimentos em três seções ao longo da costa do Paraná, utilizando as equações de Kamphuis e do CERC. Para a equação de Kamphuis foi encontrado em média um total de $582.270 m^3/ano$ com sentido para o norte.

Martins (2004) calculou um transporte de sedimentos da ordem de 1,5 milhões de m^3/ano , próximo à desembocadura sul do complexo estuário de Paranaguá. Alfredini (1999) calculou valores da ordem de 2,2 milhões de m^3/ano para a praia de Brejatuba em Guaratuba e Gobbi (1997) encontrou valores próximos de $400.000 m^3/ano$ em alguns pontos ao longo da costa do Paraná, (Wosiacki, 2009).

Métodos de campo para medir a taxa de transporte de sedimentos longitudinal também são realizados, porém não é uma tarefa simples, pois o transporte de sedimentos ocorre com mais intensidade na zona de arrebentação e torna-se bastante difícil fazer a medição devido ao grau de turbulência provocado pela arrebentação.

Capítulo 7

Conclusões e Recomendações

Este trabalho tem como objetivo principal a quantificação do transporte longitudinal de sedimentos ao longo da costa do Paraná utilizando dados de onda ao longo da costa e modelagem da transformação das ondas. Para se alcançar o objetivo proposto o primeiro passo foi determinar um modelo matemático para o campo de ondas que chega ao longo da costa paranaense. Foi então utilizada a equação do declive suave (*mild slope equation*), que descreve o perfil de ondas para topografias suaves. Porém por ser uma equação que necessite de condições em todo o domínio do problema, foi feita uma aproximação parabólica que precisa apenas de condições iniciais.

Depois foi construído um modelo numérico para a equação parabólica utilizando-se o método de diferenças finitas. Modelo que permite a execução com baixo custo computacional. Para a execução do modelo foi utilizado o programa REF/DIF1, versão 2.5, no qual é necessário o conhecimento dos dados de ondas no início da propagação: período, ângulo e amplitude. Também foram feitos alguns exemplos para teste e verificação do comportamento do campo de ondas.

Os dados de ondas utilizados nos arquivos de entrada indat.dat do programa REF/DIF1 foram cedidos pelo PIC (Programa de Informação Costeira da Universidade Federal de Santa Catarina) e estes dados de ondas foram separados de duas maneiras: em dados de ondas de dois anos coletadas de meia em meia hora e dados de ondas de dois anos separadas por grupos usando métodos estatísticos. Após a execução deste modelo, utilizando estes dados de ondas, obteve-se os valores do período, do ângulo e da amplitude, no momento da arrebentação da onda, que são necessários para o cálculo do transporte de sedimentos.

Utilizando a equação de Kamphuis e com os dados de onda obtidos na arrebentação foi possível calcular o transporte longitudinal de sedimentos ao longo da costa do Paraná, atingindo assim o objetivo principal deste trabalho.

Vale ressaltar que foi feita a dedução das expressões de tensões de radiação somente para uma compreensão do surgimento das correntes longitudinais, que causam o transporte de sedimentos na zona de arrebentação. Porém elas não aparecem diretamente na equação de Kamphuis, que calcula o transporte de sedimentos, pois trata-se de uma equação empírica.

Os valores do transporte de sedimento obtidos neste trabalho mostram-se coerentes quando comparados com resultados de outros autores presentes na literatura, mesmo considerando as aproximações na batimetria. Em geral o sentido do transporte de sedimentos provocado pelas ondas (predominam em maior quantidade as ondas vindas do sul) são para o norte. Para os dados de ondas que foram separadas por grupo estatísticos os resultados mostraram-se parecidos com uma queda de aproximadamente 0,2% do ano 1 para o ano 2. Já para os dados de ondas que foram coletadas de meia em meia hora, os resultados para o transporte de sedimentos teve um aumento de aproximadamente 80% do ano 1 para o ano 2, o que representa uma diferença muito elevada.

É importante observar que os resultados do modelo apresentam grande dependência dos dados de entrada no arquivo indat.dat e refdat.dat.

Para uma extensão deste trabalho recomenda-se uma análise para o transporte de sedimentos utilizando-se mais dados de ondas e testando outros pontos ao longo da costa, podendo assim fazer comparações entre os resultados obtidos, observando se as diferenças entre os valores anuais são significativas ou não.

Apêndice A

Arquivos indat.dat

Arquivos de entrada indat.dat para os exemplos 1, 2 e 3, para ondas separadas em dois anos fictícios e para as ondas que foram separadas por grupos

Exemplo 1

```
&FNAMES
FNAME2 = 'refdat.dat'
FNAME3 = 'subdat.dat'
FNAME4 = 'wave.dat'
FNAME5 = 'refdif1.log'
FNAME6 = 'height.dat'
FNAME7 = 'angle.dat'
FNAME8 = 'depth.dat'
FNAME9 = 'surface.dat'
FNAME10 = 'sxx.dat'
FNAME11 = 'sxy.dat'
FNAME12 = 'syy.dat'
FNAME13 = 'fx.dat'
FNAME14 = 'fy.dat'
FNAME15 = 'qx.dat'
FNAME16 = 'qy.dat'
FNAME17 = 'tbx.dat'
```

```

FNAME18 = 'tby.dat'
FNAME19 = 'ibrk.dat'
FNAME20 = 'owave.dat'
FNAME21 = 'sxxb.dat'
FNAME22 = 'sxyb.dat'
FNAME23 = 'syyb.dat'
FNAME24 = 'sxxs.dat'
FNAME25 = 'sxys.dat'
FNAME26 = 'syys.dat'
/
&INGRID
MR = 100
NR = 100
IU = 1
NTYPE = 1
ICUR = 0
IBC = 0
ISMMOOTH = 3486552
DXR = 10.
DYR = 10.
DT = 10.
ISPACE = 0
ND = 1
IFF = 0 0 0
ISP = 0
IINPUT = 1
IOUTPUT = 1
/
&WAVES1A
IWAVE = 1
NFREQS = 1
/

```

```

&WAVES1B
UPDATE_INTERVAL=20000.
NUM_DATA=1
FREQS = 10.
TIDE = 0.
NWAVS = 1
AMP = 2.0
DIR = 0.
/

```

Exemplo 2

Para o exemplo 2, &FNAMES será igual ao exemplo anterior.

```

&INGRID
MR = 100
NR = 100
IU = 1
NTYPE = 1
ICUR = 0
IBC = 0
ISMOOTH = 3486552
DXR = 10.
DYR = 10.
DT = 10.
ISPACE = 0
ND = 1
IFF = 0 0 0
ISP = 0
IINPUT = 1
IOUTPUT = 1
/
&WAVES1A

```



```

IWAVE = 1
NFREQS = 1
/
&WAVES1B
UPDATE_INTERVAL=20000.
NUM_DATA=1
FREQS = 10.
TIDE = 0.
NWAVS = 1
AMP = 2.0
DIR = 10.
/

```

Exemplo 3

Para o exemplo 3, &FNAMES será igual ao exemplo anterior.

```

&INGRID
MR = 100
NR = 100
IU = 2
NTYPE = 1
ICUR = 0
IBC = 0
ISMMOOTH = 3486552
DXR = 20.
DYR = 20.
DT = 10.
ISPACE = 0
ND = 1
IFF = 0 0 0
ISP = 0
IINPUT = 1

```

```

IOUTPUT = 1
/
&WAVES1A
IWAVE = 1
NFREQS = 1
/
&WAVES1B
UPDATE_INTERVAL=20000.
NUM_DATA=1
FREQS = 10.
TIDE = 0.
NWAVS = 1
AMP = 14.0
DIR = 0.0
/

```

Ondas que foram separadas nos anos fictícios 1 e 2 e ondas separas por grupo

&FNAMES será igual aos exemplo anterior.

```

&INGRID
MR = 600
NR = 100
IU = 1
NTYPE = 0
ICUR = 0
IBC = 1
ISMMOOTH = 0
DXR = 50.
DYR = 300.
DT = 10.
ISPACE = 0

```

```

ND = 1
IFF = 1 0 0
ISP = 0
IINPUT = 1
IOUTPUT = 1
/
&WAVES1A
IWAVE = 1
NFREQS = 1
/
&WAVES1B
UPDATE_INTERVAL=20000.
NUM_DATA=1
TIDE = 0.
NWAVS = 1
/

```

Apêndice B

Identidades de Green

As identidades de Green são amplamente empregadas no estudo das equações de Poisson e Laplace e formam um conjunto de três igualdades vetoriais envolvendo integrais.

• Primeira identidade de Green: Essa identidade é derivada do teorema da divergência aplicada ao campo de vetores $F = \psi \nabla \varphi$. Seja ψ e φ funções escalares definidas em alguma região de U em R^3 , e supondo que φ é duas vezes diferenciável, e ψ uma vez diferenciável, então:

$$\int_U (\psi \nabla^2 \varphi + \nabla \varphi \cdot \nabla \psi) dV = \oint_{\partial U} \psi (\nabla \varphi \cdot n) dS \quad (\text{B.1})$$

onde ∇^2 é o operador de Laplace, ∂U é o limite de U e n é o vetor normal do elemento de superfície dS .

• Segunda identidade de Green: Se φ e ψ são duas vezes diferenciável em U em R^3 , então:

$$\int_U (\psi \nabla^2 \varphi - \varphi \nabla^2 \psi) dV = \oint_{\partial U} \psi \left(\varphi \frac{\partial \varphi}{\partial n} - \varphi \frac{\partial \psi}{\partial n} \right) dS \quad (\text{B.2})$$

• Terceira identidade de Green: A terceira identidade de Green deriva da segunda, escolhendo $\varphi = G$, onde G é uma solução fundamental da equação de Laplace. Se ψ é duas vezes diferenciável em U em R^3 , então:

$$\int_U [G(y, \eta) \nabla^2 \psi(y)] dV_y - \psi(\eta) = \oint_{\partial U} \left[G(y, \eta) \frac{\partial \psi}{\partial \eta}(y) - \psi(y) \frac{\partial G(y, \eta)}{\partial \eta} \right] dS_y \quad (\text{B.3})$$

Apêndice C

Conceitos de mecânica dos fluidos

• Compressibilidade

Em um escoamento em que a densidade do fluido varia significativamente então é um escoamento compressível. Se a densidade não variar significativamente então o escoamento é incompressível.

• Escoamento irrotacional

Quando uma partícula está sujeita à uma velocidade angular, em relação ao seu centro de massa diz-se que é um escoamento rotacional. Um escoamento irrotacional é aquele em que se desconsidera o comportamento rotacional dos escoamento. Num escoamento teoricamente irrotacional, as partículas são consideradas indeformáveis, despreza-se a influência da viscosidade e faz-se uma concepção matemática do escoamento.

$$\nabla \times \vec{V} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ V_x & V_y & V_z \end{vmatrix} = 0 \quad (C.1)$$

• Turbulência

É um regime de fluido caótico, caracterizado por alterações de propriedade estocástica (processos que dependem das leis do acaso)

• Derivada material

A derivada de um campo com respeito a uma posição fixa no espaço é conhecida como

especial ou derivada de Euler. A derivação acompanhando o movimento de uma partícula é chamada de substantiva ou derivada Lagrangiana.

A derivada material é definida pelo operador:

$$\frac{D}{Dt}(\cdot) = \frac{\partial(\cdot)}{\partial t} + (v \cdot \nabla)(\cdot) \quad (\text{C.2})$$

onde v é a velocidade do fluido. O primeiro termo do lado direito da equação é a derivada tradicional de Euler contudo o segundo termo representa as mudanças trazidas pelo movimento do fluido.

• Equação da continuidade

Uma lei de conservação estabelece que a razão de mudança de uma propriedade continua definida em todo volume de controle deve ser igual aquilo que é perdido através das fronteiras do volume, carregado para fora pelo movimento do fluido, mais o que é criado/consumido pelas fontes e sorvedouros dentro do volume de controle. A conservação da massa é descrita assim:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v) = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \nabla \cdot v + v \cdot \nabla \rho = \frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot v = 0 \quad (\text{C.3})$$

onde ρ é a densidade de massa (massa por unidade de volume), e v é a velocidade do fluido. No caso de um fluido incompressível, ρ não é uma função do tempo ou espaço e a equação se reduz a:

$$\nabla \cdot v = 0 \quad (\text{C.4})$$

• Equações de Navier-Stokes

As equações de Navier-Stokes são equações diferenciais que descrevem o escoamento de fluidos Newtonianos. Estas equações estabelecem que mudanças no momento e aceleração de uma partícula fluída são o resultado das mudanças na pressão e forças viscosas dissipativas atuando dentro do fluido.

Referências Bibliográficas

Araujo, R., Alfredini, P. *O cálculo do transporte de sedimentos litorâneo: Estudo de caso das praias de Suarão e Cibratel (Município de Itanhaém, São Paulo)*. Revista Brasileira de Recursos Hídricos v.6, (2001).

Angulo, R.J. *As Praias do Paraná: problemas decorrentes de uma ocupação inadequada*. Boletim Análise Conjuntural, (1984).

Angulo, R. J. *Geologia da Planície Costeira do Estado do Paraná*. Tese de doutorado, Instituto de Geociências da Universidade de São Paulo, Brasil, (1992).

Angulo, R. J. *Variações na configuração da linha de costa no Paraná nas últimas quatro décadas*. Boletim Paranaense de Geociências. Curitiba, (1993).

Angulo, R.J. & Araújo, A.D. *Classificação da costa paranaense com base na sua dinâmica, como subsídio à ocupação da orla litorânea*. Boletim Paranaense de Geociências, (1996)

Alfredini, P. *The longshore transport evaluation used as a tool for the brazilian coastline litoral processes knowledge*. Anais do VII Congresso Brasileiro da Associação Brasileira de Estudos do Quaternário (ABEQUA), (1999).

Bandeira, J.V. *Estudo estatístico das ondas ao Largo da Baía de Paranaguá*. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Dissertação de Mestrado, (1974).

Berkhoff, J. C. W. Computations of Combined Refraction-Diffraction. Em *Proc. 13th Conference on Coastal Engineering*, Vancouver. ASCE. (1972).

Bessa, J. R. O. *Interferência entre a ocupação urbana e a dinâmica natural no litoral sul do Paraná*. Curitiba, 2003. Análise Conjuntural, v.25, nov./dez. (2003).

- Bowen, A. *Rip Currents: 1. Theoretical Investigations*. Journal of Geophysical Research, (1969).
- Booij, N. *A note on the accuracy of the mild slope equation*. Coastal Engrg., 7, 191-203, (1983).
- Dalrymple, R.A., J.T. Kirby e D.W. Mann. *Wave propagation in the vicinity of islands*, Proc. of the 16th Offshore Tech. Conf., No. 4675, Houston, May, (1984).
- Gobbi, E. F. *Gerenciamento costeiro: análise de caso do litoral do Paraná sob a perspectiva da engenharia costeira*. Tese de Doutorado - COPPE/UFRJ, (1997).
- Gobbi, M.F. *Propagação de ondas em canais curvos*. Dissertação de mestrado, COPPE/UFRJ, (1993).
- Gobbi, M.F. e James T. Kirby. *Wave evolution over submerged sills: tests of a highorder Boussinesq model*. Coastal Engineering 37, (1999).
- Gobbi, M.F., James T. Kirby e Wei, G. *A fully nonlinear Boussinesq model for surface waves. Part 2. Extension to $O(kh)^4$* . Journal of Fluid Mechanics vol. 405, (2000).
- Homsí, A. *Wave climate in some zones off the Brazilian coast*. In: COASTAL ENGINEERING CONFERENCE, 16., (1978).
- Kamphuis, J. W., Davies, M. H., Nairn, R.B. & Sayao, O. J. *Calculation of littoral sand transport rate*. Coastal Engineering, (1986).
- Kamphuis, J. W. *Alongshore sediment transport rate*, Journal of Waterways, Port, Coastal and Ocean Engineering ASCE, (1991).
- Kamphuis, J. W. *Introduction to coastal engineering and management*, World Scientific, Advanced Series on Ocean Engineering, vol.16, (2000).
- Kamphuis, J. W. *Alongshore transport of sand*. Proceedings of the 28th International Conference on Coastal Engineering, (2002).
- Kirby, J.T., *Propagation of weakly-nonlinear surface water waves in regions with varying depth and current*, Department of Civil Engineering, University of Delaware, (1983).

- Kirby, J. T., Dalrymple, R. A. and Shi, F. *Combined Refraction/Diffraction Model, REF/DIF 1, Version 2.5, Documentation and User's Manual*. Center for Applied Coastal Research Department of Civil and Environmental Engineering University of Delaware, Newark, (2002).
- Lisniewski, M. A. *Concentração de sedimentos transportados em suspensão e taxa de transporte longitudinal no litoral do Paraná, Brasil*. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Paraná, (2009).
- Liu, P. L. -F. e Tsay, T. -K. *On weak reflection of water waves*. J. Fluid Mech., (1983).
- Liu, P. L. -F. The Sea, vol. 9: Ocean Engineering Science, 2. Wave transformation, (1989).
- Longuet-Higgins, M. S. *Longshore currents generated by obliquely incident sea waves 1 e 2*. Journal of Geophysical research, v. 75, n. 33, (1970).
- Martins, G. et al. *Dinâmica da zona rasa de shoaling e o transporte de sedimentos na desembocadura sul do Complexo Estuarino de Paranaguá-PR*. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Paraná, (2004).
- Massel S.R. *Hydrodynamics of coastal zones*. Elsevier Publ., Amsterdam, (1989).
- Mei, C.C. *Shoaling of Spiral Waves in a Circular Basin*, J. Geophysical, (1973).
- Minucci, L. R. *Análise de agrupamentos de dados marinhos para quantificação do transporte de sedimentos da região costeira central do estado do Paraná*. Trabalho de Conclusão do Curso de Engenharia Ambiental, Universidade Federal do Paraná, (2010).
- Noernberg, M.A.; Angelotti, R.; Caldeira, G.A. & Ribeiro de Sousa, A.F. *DETERMINAÇÃO DA SENSIBILIDADE DO LITORAL PARANAENSE À CONTAMINAÇÃO POR ÓLEO*, Braz. J. Aquat. Sci. Technol., (2008).
- Oliveira, A. S. *Interações entre sistemas frontais na América do Sul e convecção na Amazônia*. Dissertação de Mestrado, INPE, São José dos Campos, (1986).

Porter, D. & Chamberlain, P. G. *Gravity Waves in Water of Finite Depth* (ed. J. N. Hunt), Computational Mechanics Publications, (1997).

Radder, A. C. *On the parabolic equation method for water wave propagation*. J. Fluid Mech, (1979).

Smith, R. e Sprinks, T. *Scattering of surface waves by a conical island*. J. Fluid Mech, (1975).

Wosiacki, L. F. K. *Cálculo do transporte de sedimento ao longo da costa na região central do estado do Paraná*. Trabalho de Conclusão do Curso de Engenharia Ambiental, Universidade Federal do Paraná, (2009).